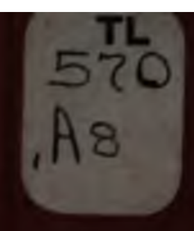


Dans l'Espace aérien ?
Ce Domaine est accessible.

LE PROBLÈME GÉNÉRAL
DU "VOL"
ET LA
FORCE CENTRIFUGE

PAR

A. AVERLY

INGÉNIEUR
ANCIEN MÉTALLURGISTE
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE LA MARTINIÈRE
DES SCIENCES ET ARTS INDUSTRIELS DE LYON

Labore et Constancia.

PREMIER FASCICULE

Principes fondamentaux de la Mécanique
Du mouvement dans l'atmosphère
Travail intégralement nécessité

Avec 21 figures dans le texte

PARIS
Vve CH. DUNOD, ÉDITEUR
49, Quai des Grands-Augustins, 49

1904

LE PROBLÈME GÉNÉRAL

DU “ VOL ”

ET LA

FORCE CENTRIFUGE



tent à mettre au jour le résultat de celles-ci, dans l'intention d'informer de l'état de la question le principal intéressé, c'est-à-dire le grand public, et avec l'espoir de susciter peut-être les élans qui permettraient à nos projets de sortir, enfin, du domaine purement spéculatif.

Nous serions heureux que cette publicité et l'examen sérieux de nos arguments profitassent avant tout à nos propres compatriotes. Mais, faut-il l'avouer? nous ne serions pas surpris que ce fût l'étranger encore qui, le premier, s'avisât d'expérimenter — et surtout d'*exploiter* — une œuvre dont nous aurions voulu conserver intégralement le bénéfice à notre pays.

En tout cas, nous aurons établi — et ce sera pour nous une demi-satisfaction — la justesse de notre thèse et assuré la priorité scientifique de la solution d'une question de haute importance.

L'empire des airs, contrairement à ce qui se passe pour les empires de la surface, n'appartiendra évidemment pas à tels ou tels; il sera le patrimoine commun et il serait difficile de prévoir quelles répercussions profondes son établissement aura sur l'ensemble des institutions actuelles? On peut espérer qu'il en sortira des bienfaits auxquels l'humanité aspire assez vainement aujourd'hui. — Personnellement, nous avons la conviction qu'une ère de paix et de rapports cordiaux sera la conséquence de la solution enfin réalisée.

Ne serait-il pas, dès lors, opportun de se hâter — et de hâter du même coup l'avènement de ces résultats d'heureux augure?

A. AVERLY.

Paris, le juin 1904.

INTRODUCTION

—

Le titre même de cet ouvrage, sans prétention littéraire ou didactique, indique suffisamment son objet : c'est un Essai, une contribution inédite à l'étude si ardue de la *Question aérienne*, question que de nombreuses publications ont d'ailleurs vulgarisée.

Notre but immédiat est de la dégager du chaos — théorique et pratique — où elle ne cesse de se débattre. Il est regrettable — et très embarrassant pour l'auteur — d'avoir à constater que parmi les causes variées qui en ont le plus entravé, et qui continuent d'en entraver fâcheusement la marche vers une solution pleinement satisfaisante, il faut compter **l'erreur**, laquelle a surgi dès le commencement et dans laquelle des savants, voire même d'illustres savants, ont entretenu la foule des chercheurs et des inventeurs.

De nombreux insuccès, dus à cette circonstance fatale, ont engendré la défiance et le pessimisme. Nous n'espérons pas échapper à la critique, même vive, ni aux conséquences de l'incrédulité générale ; mais peut-être nous saura-t-on gré, quand même, de nous y être exposé et d'avoir tout affronté dans l'intérêt de la science et de la vérité.

Nos efforts, dans le travail que nous entreprenons, tendront à mettre les choses au point et à placer la question, en dehors des sentiers jusqu'à présent si stérilement battus, dans une voie rationnelle et, nous en avons la conviction, définitivement fructueuse.

Le problème de la locomotion de l'homme « dans l'air » n'est susceptible que de *deux solutions absolues :*

1° Celle dite du **plus léger que l'air** ou *équilibre des corps immergés*, obtenue au moyen du système des **Ballons libres** ;

2° Celle dénommée le **plus lourd que l'air** ou *équilibre dynamique*, réalisable seulement au moyen d'un système mécanique similaire à celui des **Volatiles.**

A l'exclusion totale de toutes solutions mixtes ou autres, et sans vouloir méconnaître pour cela le mérite des travaux dirigés en des sens divers, dans d'excellentes intentions.

La première solution repose, comme on sait, sur l'antique principe d'Archimède ; elle a été inaugurée, il y a exactement 120 ans, par l'illustre Montgolfier ; elle constitue encore à l'heure actuelle le moyen le plus efficace de voyager dans l'air, *mais au gré des vents.* Certaines réussites récentes ne sont pas faites, malgré des apparences, pour nous faire annuler la réserve que renferment les mots soulignés.

La seconde solution — la première tentée par l'homme à l'imitation de la Nature — n'a donné et ne donne encore que des mécomptes ; après mille essais, plus vains les uns que les autres, cette solution attend toujours sa réalisation.

Les causes de ces insuccès répétés, qui paralysent l'homme dans son légitime désir de reproduire artificiellement l'acte si naturel du vol, sont multiples et seraient longues à énumérer. Il est indubitable que les chercheurs — parmi lesquels de très éminents — ont voulu imiter *les effets* qu'ils étaient à même d'observer avant d'en avoir bien déterminé *les causes* ; de là des tâtonnements sans issue, des projets bizarres ou disparates, des déconvenues et, à leur suite, le doute, le découragement, les préjugés et, en somme, la faillite momentanée de l'industrie humaine devant un problème de simple imitation de la nature.

D'ailleurs, il n'y a pas très longtemps que nous connaissons à peu près complètement, grâce aux remarquables travaux de M. Marey, de l'Institut [1], une des grandes branches, fort

[1] MAREY. — *Physiologie du mouvement. Le vol des oiseaux.*

délicatement étudiée par lui, de ce problème. Dans son ouvrage, le savant professeur nous enseigne, avec la *Cinématique* même du vol, les nombreux phénomènes *physiologiques* qui président aux mouvements des oiseaux dans l'air.

Mais, ainsi que cet auteur éminent l'observe très judicieusement, il existe encore dans le seul domaine de sa théorie *Mécanique* de nombreuses inconnues, qui tiennent en suspens la solution du problème ; les incertitudes sont également nombreuses encore en *Aérodynamique,* science qui traite de la mécanique propre du fluide gazeux — de l'air ambiant — où l'action se passe.

Pénétré d'une conviction tout à fait semblable, nous ajouterons que la *nature très particulière* de ce mouvement dans l'air, d'un corps autonome plus dense que ce fluide, n'a même pas encore été examinée par les chercheurs, dans *toute la complexité* de ses manifestations.

Nous ferons donc en sorte d'obvier aux omissions et à l'insuffisance actuelle des connaissances en montrant, tout d'abord, que ce déplacement mécanique aérien — génériquement appelé « Vol » — s'effectue suivant une trajectoire curviligne qui, dans l'espace, est *mathématiquement déterminée.* Dans ces conditions il faut nécessairement que ce mouvement *soit régi* — on n'en avait pas tenu compte jusqu'ici — par la plupart des principes fondamentaux de la Dynamique.

La *judicieuse coordination de tous ces principes* doit, sans restriction, servir de base à une étude de ce genre ; ensuite — par des considérations théoriques approfondies — il deviendra vraisemblablement possible de résoudre les inconnues en établissant des règles pratiques, précises et bien appropriées à leur destination, qui éviteront que l'on ne tombe de nouveau dans l'empirisme suivi jusqu'à présent.

Cette tâche, qui n'est point subordonnée à l'intervention obligatoire des hautes mathématiques, reste néanmoins du ressort de l'Ingénieur ; l'observation seule ou trop exclusive de la Nature — même appuyée sur des probabilités adroitement déduites — n'y pourrait suppléer.

Le soin scrupuleux avec lequel nous pensons établir la gradation successive et le groupement final de *tous les facteurs* qui concourent à la solution de ce problème du vol, nous incitera de même à suivre la méthode, invariablement synthétique, que nous jugeons être indispensable pour obtenir ce résultat. Tous nos dires ne seront assurément pas nouveaux et nos recherches mèmes, tout en s'appuyant sur les grands principes précités, seront tenues à de fréquentes incursions dans le domaine scientifique.

Nous rendrons donc un hommage collectif à nos auteurs classiques, ainsi qu'à chacun de ceux dont nous pourrions, à notre insu, méconnaître les droits d'antériorité. Toutefois nous prétendons au mérite de l'innovation *pour notre manière aussi nouvelle que rationnelle de poser le probléme*, et pour les conclusions qui ressortent de notre propre travail ; heureux si nous avons atteint le but que nous nous sommes proposé.

PRÉLIMINAIRES

—

En parcourant cet ouvrage, le lecteur sera surpris, sans doute, de constater *notre silence absolu* sur la question actuellement prédominante de la **dirigeabilité des Ballons.** Nous lui dirons très franchement que notre circonspection à ce sujet est voulue, par la simple raison que nous considérons toutes les tentatives faites ou à faire dans cette voie comme *absolument vaines et sans aucune portée instructive quant à leur objet principal.*

Nous observons d'ailleurs une réserve semblable pour **l'Aviation** proprement dite ; en effet, ainsi qu'on pourra le remarquer par la suite, *nous n'utilisons aucune des données mathématiques ou autres*, qui sont couramment admises par les aviateurs et nous estimons que, dans cette autre voie, l'on s'est encore complètement trompé, en assimilant l'oiseau à un aéroplane, ce qui est tout à fait invraisemblable et inexact.

Il s'ensuit, de prime abord, que les théories angulaires — établies pour le déplacement des surfaces planes qu'il faut littéralement *trainer* dans l'air — sont *inapplicables et trompeuses dans le vol.* Ici, en effet, la puissance vive de l'oiseau, conjuguée avec son énergie de position dans l'air, joue un rôle essentiellement prépondérant qui *suffit pour différencier totalement* des principes déjà divergents par eux-mêmes. Nous le dirons donc aussi nettement pour l'aéroplane que pour le ballon dirigeable : toutes les tentatives futures sont assurées d'avance d'*un avortement certain.*

Comme on le voit, notre intention n'est point de nous

attarder à faire l'apologie de *ces différents systèmes* — avec lesquels nous n'avons du reste *pas de points de rapprochement* — ni de discuter *leurs impossibilités respectives*, mais bien de nous consacrer exclusivement à l'étude de l'*unique solution*, *véritablement pratique*, que nous entrevoyons.

Nous ne nous dissimulerons pas que, malgré notre volonté de rester étranger désormais aux controverses sur les efforts dont nous venons de caractériser l'inanité finale, nous ne pourrons échapper à de vives contradictions ; mais comme le moment de proclamer la vérité nous semble venu et que celle-ci en arrive toujours, en dernier ressort, à l'emporter, nous ne désespérons pas de voir de nombreuses personnes, convaincues de la justesse de nos aperçus et de la logique de nos conclusions, s'affranchir enfin d'errements enracinés et parfaitement surannés.

Ceci dit, nous appellerons tout particulièrement l'attention du lecteur sur l'*analogie dynamique*, remarquable et caractéristique, qui existe entre :

Le mouvement curviligne (balistique) des projectiles *inertes*, qui sont lancés dans l'air par une force impulsive distincte dont l'action initiale est toute *temporaire*, et :

Le mouvement curviligne (saccadé) des volatiles, qui ne sont autre chose que des projectiles *animés-autonomes*, se mouvant dans ce fluide d'une manière alternativement *soutenue* par leur propre force musculaire.

Les *forces antagonistes,* normales aux trajectoires suivies, caractérisées sous les noms de centripète et centrifuge, qui se manifestent dans les mouvements précités, *comme dans tous mouvements curvilignes circulaires ou autres*, jouent dans le vol, et aussi en balistique, un rôle fort intéressant *et important* que nous aurons à examiner très attentivement.

De l'étude toute spéciale de la force centripète, qui, dans les deux formes susdites de mouvement, *est inhérente au mobile* comme composante normale de son poids, nous avons déduit et déterminé judicieusement : que *l'air seul — par sa compression et sa réaction élastique* — était à même de fournir la

force centrifuge antagoniste indispensable. Or, le mode réel d'action de ce fluide — qui assure l'équilibre permanent du mobile normalement à la trajectoire de son mouvement — *était demeuré totalement incompris et à peu près insoupçonné jusqu'à ce jour.*

Nous avons établi, d'autre part, que les phénomènes dynamiques dont le fluide atmosphérique est le siège, *sont entièrement réversibles* :

Que l'air, envisagé sous une masse indéterminée, soit lui-même *en mouvement* et, par suite, animé d'une puissance vive croissante avec sa vitesse, ou :

Qu'il soit relativement *immobile*, sous le passage d'un corps pesant qui posséderait alors, lui, une certaine puissance vive.

Un nouvel et attentif examen de l'action de la force centripète — considérée comme étant *la cause* faisant varier la direction du mouvement curviligne des volatiles ou des projectiles — nous a conduit à émettre une *proposition* que nous avons tout lieu de croire fort importante, dans le vol comme en balistique. Cette proposition, qui a trait à la *décomposition de la force verticale constante* — inhérente à ces corps qui se meuvent librement en vertu de vitesses initiales — en deux composantes orthogonales : normale centripète et d'inertie tangentielle (positive ou négative), pourrait bien avoir désormais une certaine utilité classique.

Puis, lorsque le lecteur se sera bien pénétré de notre pensée — implicitement exprimée par le Titre même de cet ouvrage — en suivant attentivement son développement, il comprendra aussitôt l'importance que nous avons attachée à cette **puissance mystérieuse**, qui a nom : **la Force centrifuge.**

Alors, les vagues ou insuffisantes définitions, usuellement citées, de cette force, telles que par exemple :

« En vertu du principe de l'action et de la réaction, force égale et contraire à la force centripète » ; ou :

« Réaction qu'un mobile, assujetti à décrire une courbe fixe, exerce contre cette courbe » ; ou bien :

« Force tendant à éloigner du centre un corps tournant

librement autour de ce centre, alors que la force centripète tend à rapprocher ce corps du même centre » ; ou encore :

« Force tendant à projeter une masse tournante autour d'un axe, suivant le rayon du cercle décrit », etc.; que nous pouvons toutes résumer par :

« *La force centripète ne peut exister sans provoquer une réaction égale et contraire, qui est la force centrifuge* », ne laisseront pas désormais que de le surprendre étrangement !

Que penser, en effet, et qu'inférer même de cette *valeur commune* :

$$\frac{mv^2}{r},$$

c'est-à-dire « le produit de la *masse* du mobile par le carré de sa vitesse, divisé par le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré », que l'on donne couramment et *indistinctement* — avec juste raison d'ailleurs — aux deux forces centripète et centrifuge ?

Pour la force centripète, considérée comme rationnellement appliquée au centre de gravité du mobile, nous comprenons parfaitement cette expression, car elle caractérise l'*inhérence* de ladite force à *cette matière*, qui s'y trouve implicitement désignée par la lettre m de la formule.

Mais, pour la force centrifuge, nous ne voyons nulle part *sa matérialisation* qui, pour être probablement différente de celle de son antagoniste, n'en est pas moins *nécessitée* par la présence de cette même lettre m dans son expression. Nous laissons au lecteur le soin de déduire les conclusions de ce dilemme motivé par une lacune classique qui nous semble évidente.

Toutefois, nous ajouterons que les exemples *de ce phénomène, jusqu'ici incomplètement expliqué, de la force centrifuge*, fourmillent et se manifestent journellement à nos yeux ; notamment, dans les :

Virages, suivant des courbes quelconques, des cyclistes ;

Virages, circulaires, des écuyers montés des cirques ;

Inclinaisons de la voie, dans les courbes des chemins de

fer, etc., où l'action centrifuge s'exerce dans des directions sensiblement *horizontales* ; et le :

Looping the loop et autres exercices acrobatiques analogues, où cette même action centrifuge s'exerce — tout comme pour le vol — dans un plan *vertical*.

Et mille autres exemples, où l'on retrouve *invariablement*, comme **grand adjuvant** à cette force centrifuge, *la compression de l'air* sous une certaine incidence par un mobile animé d'une certaine vitesse.

L'extension de nos recherches nous a encore permis de trouver une démonstration plus véridique pour expliquer le genre très particulier de vol sans battements d'ailes, dénommé — improprement selon nous — *vol à voile*. Ce genre de vol a préoccupé et préoccupe toujours les esprits les plus éclairés ; mais les théories angulaires qui en ont été données sont, nous le répétons, totalement inadmissibles et impuissantes à expliquer le fait d'une manière plausible ; nous les réfutons d'ailleurs complètement.

Pour ce qui a trait, d'autre part, à *l'évaluation du travail développé dans le vol* — notamment le travail vertical élévateur — nous avons pu déterminer sa transformation progressive, presque intégrale, *en puissance vive horizontale*. Cette transformation est obtenue et réalisée grâce à la merveilleuse conformation parabolique de l'aile, dans laquelle réside *le secret* — si diversement et inexactement interprété — *du mode de propulsion des volatiles*.

En effet, l'organe alaire *assure simultanément la sustentation et la propulsion de l'oiseau ;* c'est bien cet organe seul qui fournit les composantes verticale et horizontale, indispensablement nécessaires et correspondantes à ces deux efforts. L'intensité de ces deux composantes *est alors proportionnelle aux amplitudes mêmes des battements d'ailes*, tout comme ces amplitudes *sont subordonnées au degré de compression de l'air* sous le passage de l'oiseau ; leur résultante *mouvante et tangentielle* restant toujours constante.

Enfin, la *compression de l'air*, sous le passage du volatile,

est due *au travail total des deux énergies distinctes* qui actionnent ce volatile ; c'est-à-dire : son énergie de mouvement ou puissance vive, et son énergie de position dans l'atmosphère, résultant de l'attraction terrestre..

Avant de clore ces préliminaires, il nous est encore loisible d'ajouter, sans crainte de contradiction, qu'en dehors de toutes les compétitions, un fait capital domine très curieusement le problème aérien. C'est, nous le répétons, l'*aveu d'impuissance*, touchant sa solution, que l'homme est encore obligé de se faire à lui-même lorsqu'il aborde la question. Cependant nul de nous n'ignore quelles sont nos multiples facultés d'observation, d'assimilation et de reproduction des mille phénomènes de la Création, que ces phénomènes tombent directement sous nos sens, ou même qu'il ne nous soit jamais donné de les voir ou de les toucher!

L'homme, disons-nous, s'est de tout temps attaché à pénétrer ces innombrables mystères de la Nature ; sa ténacité même lui a permis d'en découvrir *les plus insondables* et les mieux placés hors de la portée de ses facultés ; d'où vient donc qu'il ne parvienne pas à reproduire le Vol ; cet acte cependant si naturel, et l'*un des plus tangibles*, peut-être, parmi ceux qui se manifestent à la surface du globe ?

Et quand on pense au génie qu'il fallut à Newton pour concevoir, d'après les lois de Képler, cette immense gravitation universelle — si troublante que nombreux sont ceux dont le cerveau n'en peut même pas supporter la simple définition — on n'arrive pas à comprendre pourquoi l'homme demeure ainsi confondu, *sans pouvoir même fixer la théorie de ce problème élémentaire* infiniment plus simple, on en conviendra, que la Mécanique céleste.

Cependant, en y réfléchissant bien attentivement, les effets que nous constatons dans le vol proviennent vraisemblablement de causes analogues à celles qui régissent la gravitation universelle. Nous allons du reste l'établir très brièvement par le parallèle suivant, qui ne nous semble pas trop dépourvu d'analogie ni d'à-propos :

a) *L'Oiseau en mouvement*, considéré comme un corps de masse quelconque, comme un point pesant, se déplace dans l'atmosphère qui environne la Terre — mobile elle-même dans l'espace — en vertu de son énergie propre ; *cette énergie dynamique* l'actionne tangentiellement à la trajectoire du mouvement curviligne qu'il effectue sous *l'influence constante*, d'autre part, de l'attraction terrestre ou pesanteur.

b) D'une manière générale et analogue, *la Lune* se déplace dans l'espace et autour de la Terre, ces deux astres gravitant ensemble dans l'infini ; l'orbite elliptique, ou trajectoire que parcourt notre satellite — de masse moindre — autour de la terre, est déterminée ici par l'attraction solaire, c'est-à-dire par une *énergie dynamique constante* qui s'exerce simultanément avec l'attraction terrestre. Or, nous savons que dans ce mouvement « planétaire » l'attraction terrestre exerce encore une *influence constante*, tout comme dans le mouvement *a*.

Ces deux formes de mouvement, d'apparences si dissemblables, s'effectuant sous l'influence constante *d'une même et commune attraction*, doivent nécessairement être similaires. D'ailleurs, ils participent tous deux de ce principe général de l'attraction qui constitue l'égalité entre l'action et la réaction, ou loi qui régit les mouvements de la Matière :

« Deux corps quelconques exercent l'un sur l'autre une « attraction qui est directement proportionnelle aux masses de « ces corps, et en raison inverse du carré de leur dis- « tance. »

Toutefois, ces mouvements se différencient totalement, en ce que le premier ne se produit que d'une manière *temporaire* alors que le second est *perpétuel.* Tous deux, enfin, sont des mouvements *relatifs* de translation par rapport au globe terrestre, et participent avec lui au même mouvement *absolu* d'entraînement par rapport au centre principal de gravitation, c'est-à-dire par rapport au Soleil *supposé fixe.*

Le but immédiat de cette petite dissertation préliminaire était d'indiquer, nettement, notre tendance à considérer d'ores et déjà le problème du vol comme *un simple et minuscule cas*

particulier de la gravitation universelle précitée.. Ceci dit, nous allons entrer dans le vif de notre sujet.

Au préalable nous croirons bon de rappeler — toutefois très sommairement — certaines notions fondamentales de mécanique, plus spécialement rattachées à notre étude. Cette réminiscence, aussi opportune *qu'intentionnelle*, nous permettra d'abord *de conclure avec plus d'autorité* sur une question très controversée, et tout au moins, de dire dès à présent :

1° Que le problème du vol n'est en somme *qu'un simple problème de mécanique assez élémentaire ;*

2° Que ce problème ne comporte *nul mystère* qui ne nous soit complètement révélé par la précision même de cette science.

Le lecteur constatera ainsi beaucoup mieux avec quel souci nous cherchons à condenser notre sujet pour arriver à *le poser avec exactitude,* et pour que les faits, que nous allons voir se succéder, nous conduisent à pénétrer ceux qui président véritablement à cette action *toute dynamique* qu'est le Vol.

LE PROBLÈME GÉNÉRAL DU VOL

ET LA

FORCE CENTRIFUGE

L'ACCESSIBILITÉ
DU DOMAINE ATMOSPHÉRIQUE

CHAPITRE PREMIER

RAPPELS SOMMAIRES DE MÉCANIQUE

Objet de la Mécanique. — Division de cette science. — Principes fondamentaux. — Notions générales.

1. Objet de la Mécanique. — La *mécanique* est la science qui traite du *mouvement* et de ses *causes*. La mécanique appliquée ou industrielle, qui se rattache plus directement à ces recherches, étudie les corps tels qu'ils sont dans la nature, et s'élève, par des méthodes très simples déduites de l'observation et corroborées par l'expérience, aux principes généraux et aux lois fondamentales, qui régissent le mouvement considéré dans ses manifestations et applications.

2. Division de la Mécanique. — Cette science est classifiée en trois grandes branches principales, qui comprennent elles-mêmes plusieurs subdivisions :

La *Statique* prend les corps au repos; elle étudie les forces indépendamment des effets qu'elles produisent; elle traite de la représentation de ces forces, de leur équilibre, de leur mesure, de leur composition et de leur décomposition.

La *Cinématique* envisage les corps mobiles; elle examine les mouvements indépendamment des causes qui les déterminent; elle traite de ces mouvements à un point de vue purement géométrique, où l'idée d'espace est jointe à l'idée de temps; elle en définit les diverses formes, leur composition et leur transformation.

La *Dynamique*, enfin, étudie simultanément les forces et les mouvements qui en résultent; elle détermine, par suite, les relations existantes entre ces forces et ces mouvements.

3. Principes fondamentaux. — Toute la mécanique repose sur les trois grands principes fondamentaux suivants :

1° *Le principe de l'inertie*, caractérisé par :

« Un point matériel (ou un corps) ne peut de lui-même « modifier son état de repos ou de mouvement. »

2° *Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction*, qui consiste en :

« Toute force agissant sur un point matériel émane forcé« ment d'un autre point matériel pris et soumis à son tour à « une autre force émanant du premier point. Ces deux forces, « appelées l'action et la réaction, sont égales et dirigées en sens « contraire suivant la droite qui relie les deux points. » Ces forces, d'ailleurs, peuvent tendre aussi bien à rapprocher les points qu'à les éloigner, elles peuvent être attractives ou répulsives.

3° *Le principe de l'indépendance des effets des forces*, qu'on libelle en deux énoncés :

« *a*) L'effet produit par une force sur un point matériel est « indépendant de l'état antérieur du corps. »

« *b*) Lorsque plusieurs forces agissent simultanément sur « un même point matériel, chacune d'elles produit le même « effet que si elle agissait seule. »

NOTIONS GÉNÉRALES

4. Matière. — La *matière* est cette chose impossible à concevoir, susceptible d'une infinité d'états, que nous constatons sans la connaître, et qui nous est révélée par tout ce qui peut affecter nos sens ; c'est l'essence même des *corps* qui en sont formés. Elément ou entité, la matière existe réellement, elle se substitue indéfiniment à elle-même, pour constituer un des plus importants facteurs de l'immensité.

5. Corps. — Un *corps* est donc une portion déterminée de matière ; cette matière s'y trouve incorporée et subdivisée à l'infini, en une gradation que nous établissons conventionnellement, de l'atome inétendu à l'atome, de l'atome à la molécule, de la molécule à l'agglomération finale qui constitue la *masse* du corps envisagé. Les corps se présentent à nous sous une infinité d'états physiques, mais ils peuvent être répartis et groupés en trois classes distinctes : *corps solides*, *corps liquides*, *corps gazeux*.

6. Pesanteur. — Tous les corps situés à la périphérie de la terre *tombent* sur le sol, dès qu'ils ne sont plus soutenus ou appuyés. Ce phénomène, appelé *pesanteur* ou *gravité*, est dû à la *force attractive* de la terre qui s'exerce suivant une ligne *verticale* (verticale du lieu) dont la direction est indiquée par le *fil à plomb*. Les effets de cette action frappent sans cesse nos regards, il s'ensuit d'innombrables phénomènes desquels, notamment, on a pu déduire, par l'observation et par l'expérience, que tous les corps : solides, liquides ou gazeux, sont *pesants*. La pesanteur est considérée comme une *force constante*. L'attraction terrestre s'exerce sur toutes les molécules d'un corps ; ses actions parallèles, totalisées, constituent une force unique qui est le *poids du corps*, on l'applique, dans une direction verticale, au *centre de gravité* de ce corps.

7. Masse. — La *masse* d'un corps résulte ainsi de la quantité de matière, ou mieux du nombre d'atomes qu'il renferme; c'est une qualité inhérente à chaque corps, indépendamment de son état de repos ou de mouvement, et de sa position dans l'espace par rapport aux autres corps. Toutefois, la matière ne se trouvant pas toujours au même état dans la nature, ce n'est pas d'après le volume du corps que l'on peut mesurer assez exactement cette quantité de matière ; il faut, comme nous le verrons plus loin (**13**), recourir pour cela à la notion de poids.

8. Mouvement. — Le phénomène très complexe du *mouvement* d'un corps, dont la notion implique aussi celles d'*espace* et de *temps*, se manifeste à nous par mille exemples qui frappent à chaque instant nos regards, tels que : un corps (pesant) qui tombe, un oiseau qui vole, un projectile lancé dans l'atmosphère, un véhicule quelconque roulant, etc. ; nous constatons les déplacements relatifs de ces différents corps, en les comparant aux mille autres corps qui demeurent *immobiles* à la surface terrestre. Le mouvement est essentiellement *continu;* en thèse générale, il peut être *uniforme* ou *varié*.

9. Mobile. — Un corps en mouvement devient dès lors un *mobile* qui occupe successivement diverses positions dans l'espace ; le lieu de ces positions représente sa *trajectoire*. Si nous considérons ce mobile réduit à un point matériel, sa trajectoire est une ligne géométrique qui peut être droite ou courbe; par suite, le mouvement de ce mobile peut être *rectiligne* ou *curviligne*.

10. Inertie. — L'*inertie* est la propriété générale de la matière qui fait qu'un corps ne peut de lui-même modifier son état de repos ou de mouvement. Ce principe, établi par induction, conduit à dire que : si la matière ne peut se mouvoir d'elle-même, le mouvement d'un corps doit nécessiter, pour

se produire ou se modifier, l'intervention d'une *cause extérieure* quelconque ; cette cause, quelles qu'en soient l'origine et la nature : pesanteur, pression, traction, etc., a pour nom générique la *force*.

L'inertie n'est pas une quantité mais bien une propriété inhérente aux corps, dont les effets frappent à chaque instant nos yeux de mille façons aussi variées que connues. En mécanique, le mot inertie n'est pas synonyme d'inactivité, puisque les points matériels de tous les corps agissent réciproquement les uns sur les autres, mais il signifie : qu'un point matériel, quoique capable de modifier l'état de repos ou de mouvement d'un autre point, ne peut pas agir sur lui-même.

11. Force. — La *force*, comme nous venons de le voir, est donc liée à l'inertie ; c'est la cause qui modifie ou tend à modifier l'état de repos ou de mouvement d'un point matériel (ou d'un corps). Dès lors, si un point matériel, en repos, vient à se mouvoir, ou si son mouvement vient à se modifier — soit comme direction, soit comme vitesse — ce ne peut être qu'en vertu d'une ou de plusieurs causes qui lui sont étrangères ; ces causes, quelle qu'en soit leur nature, sont donc des forces.

Les *forces* se présentent à nous sous des formes très diverses, comme par exemple : les actions musculaires des animaux, le poids des corps, les pressions exercées par les liquides ou les gaz, les attractions ou les répulsions magnétiques et électriques, etc. Elles ne se montrent pas plus clairement à nos yeux, et nous n'avons aucune donnée sur leur nature intime, mais nous les constatons par leurs *effets* très évidents.

12. Accélération. — Lorsqu'un point matériel (ou un corps) est animé d'un *mouvement rectiligne et uniformément varié*, c'est qu'il est soumis à l'action d'une *force constante ;* dès lors, l'*accélération* — due à l'action de cette force suivant la trajectoire du mouvement — que prend le mobile, est la

quantité constante (positive ou négative) dont sa vitesse varie dans l'unité de temps, ou dont elle varierait si le mouvement avait cette durée. L'accélération — qui n'est pas une augmentation mais bien une variation de vitesse — est ainsi une quantité algébrique, susceptible d'être positive ou négative, dont la valeur absolue est un nombre d'unités de longueur, un nombre de mètres.

Si le point matériel est animé d'un *mouvement varié rectiligne,* son accélération est *variable,* c'est la dérivée de la vitesse considérée comme fonction du temps, ou la dérivée-seconde de l'espace ; on peut dire encore que c'est l'*accélération moyenne,* pendant le temps infiniment court qui succède à l'instant considéré. Si le point matériel est animé, sans l'intervention d'aucune force, d'un *mouvement rectiligne uniforme,* c'est que la force qui a provoqué ce mouvement a cessé d'agir, et que le mobile se meut, dès lors, selon la loi d'inertie.

13. Proportionnalité des forces aux accélérations. Masse. — Le principe établi de la *proportionnalité des forces aux accélérations* qu'elles impriment à un même corps (quel que soit ce corps), suggère cette remarque importante :

« Qu'il existe un rapport constant pour chaque corps, mais « variable d'un corps à l'autre, entre la force F qui sollicite ce « corps et l'accélération j qu'il prend sous son influence. » Ce rapport

$$\frac{F}{j},$$

est une propriété mécanique de chaque corps qui est la *masse* (déjà mentionnée) et que Lamé appelle le *coefficient de résistance au mouvement.*

La mesure rationnelle de la masse (7) *d'un corps* s'obtient en divisant le poids de ce corps par l'accélération due à la pesanteur ; ce quotient

$$\frac{p}{g} = m,$$

représente donc la masse du corps. Les facteurs *p* et *g* sont évidemment variables, pour un même point matériel (ou un corps), d'un lieu du globe à l'autre, mais leur rapport — qui constitue la masse de ce point — reste toujours *invariable*. La masse d'un corps dépend en somme de l'effort exercé, et de la vitesse qui en résulte pour le mouvement du corps.

14. Vitesse. — De la notion du mouvement; dérive naturellement la notion de *vitesse*, qui comprend :

1° *Celle d'une vitesse plus ou moins grande*, dont la grandeur s'exprime par le nombre de mètres parcourus par le mobile dans une seconde;

2° *Celle d'une vitesse constante*, qui n'est jamais réalisée d'une manière absolue, et qu'on obtient en divisant un trajet quelconque du mobile par le nombre de secondes qu'il a mis à le parcourir;

3° *Celle d'une vitesse variable*, c'est-à-dire augmentant ou diminuant d'une manière continue, à mesure que le mobile s'avance; dans ce cas, le quotient obtenu comme précédemment, ne donne que la *vitesse moyenne* du mobile. Ce rapport tend vers une limite déterminée qui est la vitesse au bout d'un temps donné, ou la dérivée de l'espace parcouru considéré comme une fonction du temps; cette vitesse s'exprime encore en mètres par seconde, mais elle ne représente plus le trajet réellement fait par le mobile en une seconde, mais bien celui qu'il ferait s'il continuait à se mouvoir, à partir de l'instant donné, avec cette même vitesse.

La vitesse est, en valeur absolue, un nombre d'unités de longueur, un nombre de mètres, c'est aussi une quantité algébrique susceptible du signe + ou du signe —, selon le sens dans lequel a lieu le mouvement du mobile.

Les notions de la vitesse se reportent entièrement du mouvement rectiligne au mouvement curviligne, c'est-à-dire au mouvement dans lequel la trajectoire parcourue par le mobile *est une courbe quelconque;* les espaces parcourus sont alors des longueurs d'arcs. Toutefois, il faut considérer — dans cette

forme du mouvement — un élément de plus qui est *la direction de la vitesse* (appelée aussi la direction du mouvement); elle est *tangente* à la courbe, au point donné.

15. Quantité de mouvement. Impulsion. — *La quantité de mouvement* ou mieux — pour ne pas dire la quantité d'une quantité — le *mouvement* mv, est le produit de la masse m d'un mobile par sa vitesse v ; ce produit, dans les calculs, représente un nombre de kilogrammes. En effet, si on remplace dans l'expression mv le facteur m par sa valeur $\frac{p}{g}$, où p est le poids du mobile et g l'accélération due à la pesanteur (**13**), on a comme nouvelle expression de la quantité de mouvement :

$$\frac{p}{g}v \quad \text{ou} \quad p\frac{v}{g};$$

ce rapport $\frac{v}{g}$ est celui de deux longueurs, par suite, c'est un nombre abstrait. La quantité de mouvement obtenue du produit d'un nombre p de kilogrammes par un nombre abstrait, reste donc égale à un nombre de kilogrammes.

L'*Impulsion* d'une force — que Poncelet nomme *activité* de cette force — est le produit Ft de l'intensité F de ladite force par la durée t de son action; ce produit, de même que pour la quantité de mouvement, représente un nombre de kilogrammes, puisque le temps t est aussi un nombre abstrait et figure comme tel dans toutes les formules de mécanique (1). Conséquemment, l'impulsion d'une force représente encore un nombre de kilogrammes.

On démontre que la quantité de mouvement mv d'un mobile, due à une force F, est égale à l'impulsion Ft de cette force ; on a donc :

$$Ft = mv\,;$$

la forme mv donne la mesure de l'*effet*, la forme Ft donne la mesure de la *cause*. La quantité de mouvement joue un rôle

(1) BÉLANGER. — *Leçons de mécanique.*

important : notamment dans les applications où il y a choc sans pénétration, et où le résultat dépend du *temps*, généralement très petit, pendant lequel l'action s'exerce, plutôt que de la *longueur* de son influence.

Au moment de la déflagration d'une charge explosive, la quantité de mouvement *est la même* pour le canon qui recule, que pour le projectile qui part ; la différence est pourtant grande, entre les effets produits par l'un ou par l'autre *utilisateur* de cette quantité de mouvement.

En effet, le tireur qui épaule bravement son fusil sans trop en redouter le choc — qu'il sait devoir être relativement faible puisqu'il ne ressentira là qu'une action de la forme F*t* (produit d'une force par une *durée* assez courte) — refuserait certainement de se placer de façon à recevoir la balle ! C'est que, dans ce dernier cas, il serait traversé en tout ou en partie ; le point d'application de la force ferait un certain chemin L dans son corps, et il aurait affaire cette fois à une action de la forme FL (produit d'une force par une *longueur*).

Dès lors, on voit qu'une fonction de la forme mv, simplement proportionnelle à la vitesse, ne tient pas suffisamment compte de cette vitesse, et ne saurait suffire pour mesurer ce *genre de puissance*, qu'il faut désormais considérer dans le cas où son point d'application est appelé à se déplacer d'une manière sensible (1). En effet, l'on sait que cette puissance est proportionnelle au carré de la vitesse.

16. Force vive. Puissance vive. — La *force vive* mv^2 — qui représente la puissance que nous venons de citer (**15**) — est donc le produit de la masse d'un point matériel (ou d'un corps) par le carré de sa vitesse. *Cette nouvelle forme de la puissance d'un corps en mouvement*, appelée aussi *énergie*, *travail*, a une importance bien plus grande — dans toute la mécanique — que la quantité de mouvement.

Toutefois, il est nécessaire de remarquer que l'idée exprimée

(1) E. Jouffret. — *Introduction à la Théorie de l'Énergie.*

par cette dénomination de la *force vive*, n'a rien de commun avec celle de la *force*, dont la signification précise et simple ne peut pas s'appliquer à la quantité complexe mv^2. En effet, cette quantité mise sous la forme

$$p\,\frac{v^2}{g},$$

serait non pas une force, mais bien le produit d'une force par une longueur; c'est-à-dire donnerait un effet dynamique analogue au *travail*.

La force vive, enfin, est le double du travail développé par la pesanteur.

La *Puissance vive* $\frac{1}{2}mv^2$, n'est que la *moitié* du produit de la masse d'un point matériel (ou d'un corps) par le carré de sa vitesse; cette nouvelle quantité méritait bien un nom particulier, car c'est elle qui entre ordinairement dans les calculs, et qu'elle a en outre une signification qui lui est *propre*. En effet, si dans l'expression $\frac{1}{2}mv^2$ on remplace m par sa valeur $\frac{p}{g}$, où p représente le poids du mobile, on obtient la forme

$$\frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2 = p\,\frac{v^2}{2g} = ph\,;$$

c'est-à-dire que :

« *La puissance vive d'un mobile est le produit de son poids* « *par la hauteur due à sa vitesse.* »

Les deux expressions : mv et $\frac{1}{2}mv^2$, sont toutes deux fort instructives ; celle-ci qu'on peut écrire

$$mv \times \frac{v}{2},$$

nous montre : que l'énergie s'obtient *en multipliant par une vitesse la quantité de mouvement*, de même que nous avons obtenu cette quantité de mouvement (15) *en multipliant la masse par une vitesse*. L'énergie ou travail est donc, pour la quantité de mouvement, ce que la quantité de mouvement

(ou mieux le mouvement) est pour la masse; elle est en quelque sorte, une quantité de mouvement d'ordre supérieur, un mouvement qui serait doué d'une « vitalité » plus grande.

La puissance vive d'un mobile est proportionnelle à la masse de ce mobile et au carré de sa vitesse.

En doublant la masse d'un corps, on *double* sa puissance vive; en doublant la vitesse de ce corps, on *quadruple* sa puissance vive. Tout corps en mouvement est capable d'un travail mécanique.

17. Travail mécanique et puissance vive. — En thèse générale, le *travail mécanique* est le produit FL d'une force F, exprimée en kilogrammes, par le chemin L, exprimé en mètres, que parcourt son point d'application dans la direction de la force. L'unité de travail est le kilogrammètre, c'est le travail nécessaire pour élever un poids de un kilogramme à un mètre de hauteur.

Un corps de poids P (préalablement élevé), tombant d'une hauteur h, est à même d'engendrer un travail mesuré par

$$T = Ph \text{ (travail de la pesanteur)};$$

mais, dans sa chute, ce corps acquiert une vitesse donnée par la relation

$$v = \sqrt{2gh};$$

d'où l'on tire

$$h = \frac{v^2}{2g}.$$

Si nous remplaçons dans l'expression du travail h par sa valeur, nous aurons

$$T = Ph = P\frac{v^2}{2g}$$

qui peut s'écrire aussi

$$\frac{1}{2}\frac{P}{g}v^2.$$

Mais nous savons que le quotient de $\frac{P}{g}$ exprime la masse m,

du corps dont le poids est P ; par suite, en effectuant la transformation, nous aurons définitivement

$$T = Ph = \frac{1}{2} mv^2.$$

Cette dernière expression, ainsi que nous l'avons vu précédemment (16), représente la *puissance vive* de ce corps.

Ce même corps de masse m, avait été élevé, avons-nous dit, à la hauteur h, d'où nous l'avons ensuite fait tomber. Or, cette hauteur h correspondait au point même où la vitesse verticale (que possédait le corps lancé de bas en haut) avait été épuisée par l'action constante de la pesanteur, qui la diminuait, à chaque seconde, de la quantité

$$g = 9^m,81 ;$$

et l'on sait que la mesure h, de cette élévation maximum, est donnée par la formule

$$h = \frac{v^2}{2g}.$$

La hauteur h, à laquelle le corps a pu s'élever en vertu de sa vitesse v, mesure donc l'*aptitude* qu'il avait à vaincre cet obstacle de la pesanteur contre lequel il luttait. Cette aptitude, de même que si le corps en mouvement avec une force vive égale à mv^2 avait dû pénétrer un *obstacle quelconque,* est proportionnelle au carré de la vitesse ; mais, dans le cas que nous examinons, elle est de plus égale à ce carré divisé par $2g$.

La puissance représentée par ce corps de poids P en mouvement avec une vitesse v, égale au travail, est alors mesurée par

$$T = Ph ;$$

ou en remplaçant h par sa valeur ci-dessus et faisant les mêmes transformations que précédemment,

$$T = P \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} \frac{P}{g} v^2 = \frac{1}{2} mv^2 ;$$

c'est-à-dire, la puissance vive même du corps.

Ces deux expressions : Ph et $\frac{1}{2}mv^2$, sont équivalentes ; la première marque la *quantité d'action dépensée par la pesanteur,* pour épuiser l'énergie représentée par la masse et la vitesse du corps élevé verticalement ; la seconde indique la *reconstitution intégrale* de cette énergie (éteinte auparavant), quand le corps retombe (verticalement) du point où il avait été primitivement élevé, à celui de l'origine du mouvement.

Dans le premier cas, le travail (commun aux deux formes de mouvement) était *destructeur* de puissance vive ; dans le second cas, il est *producteur* de puissance vive.

Le *travail* est le produit de la force par le chemin parcouru, comme nous avons vu que l'*impulsion* (**15**) était le produit de la force par le temps employé. Ce travail — de même que pour la quantité de mouvement et l'impulsion — constitue la mesure de la *cause*, alors que la puissance vive donne la mesure de l'*effet*.

En résumé, travail et puissance vive sont *choses équivalentes*, et la puissance vive d'un mobile est égale au travail mécanique qui a fourni la vitesse à ce mobile. L'accroissement algébrique de puissance vive est égal au travail de la force.

Un corps en mouvement est donc un *magasin de travail;* c'est en quelque sorte un *moteur secondaire.*

18. Transformation du travail en puissance vive, et de la puissance vive en travail. — D'après ce qui vient d'être relaté (**17**), on comprend déjà la transformation réciproque qui s'opère, constamment, entre le travail mécanique et la puissance vive. Mais pour mieux fixer ce premier aperçu, nous examinerons de nouveau le mouvement imprimé à un projectile, par la déflagration, dans un canon, d'une certaine charge de matière explosive.

Dans un exemple de ce genre, la force motrice est produite par la détente, dans l'âme du canon, des gaz produits à une haute température. Si nous représentons par F l'intensité moyenne de cette force, déduite de l'aire des pressions, et par L

la longueur de l'âme de la pièce, le travail intérieur, ***moteur***, sera déterminé par le produit

$$FL.$$

Ce travail donne la mesure de la puissance vive initiale avec laquelle le projectile sort du canon et commence à parcourir sa trajectoire extérieure, porteur de cette puissance de ***destruction*** représentée par

$$\frac{1}{2} mv^2$$

qui est égale au travail intérieur FL transformé en puissance vive :

$$FL = \frac{1}{2} mv^2.$$

Cette puissance vive, concentrée dans le projectile, est susceptible à son tour de produire un travail équivalent — abstraction faite de toute autre résistance — contre tel obstacle qui lui sera opposé. Cet obstacle, par exemple un bloc ayant une résistance évaluée à F', sera dès lors pénétré par le projectile, jusqu'à l'anéantissement de sa vitesse, d'une certaine longueur L', telle que le produit

$$F'L'$$

(ou l'aire en représentant la valeur moyenne) soit égal à FL et par suite à $\frac{1}{2} mv^2$;

$$F'L' = FL = \frac{1}{2} mv^2.$$

Il peut très bien arriver aussi que l'obstacle ne soit nullement pénétré par le projectile ; dans ce cas, la reconstitution de la puissance vive en travail n'en subsiste pas moins, mais elle est modifiée en des effets multiples, tels que : bruit, lumière, agitation moléculaire, etc., toujours accompagnés

d'une production de chaleur qui peut quelquefois être considérable [1].

19. Energie de mouvement. Energie de position. — Cette propriété des corps en mouvement constitue donc *leur aptitude à vaincre ou à détruire les résistances ;* elle marque ainsi leur *énergie*, ou capacité de produire du travail. Nous venons de voir (**17, 18**) que cette énergie est susceptible de se transformer tour à tour en travail ou en puissance vive, de même qu'elle est mesurée respectivement soit par le produit FL, soit par le produit $\frac{1}{2} mv^2$.

Envisagée sous l'une ou sous l'autre de ces deux formes mécaniques, l'énergie est unifiée par la dénomination d'*énergie de mouvement*, ou bien d'*énergie actuelle ;* on la nomme encore *énergie dynamique*.

L'énergie peut parfaitement ne se montrer sous aucune des deux formes précitées, et néanmoins exister à l'état latent dans le corps même. Ainsi un corps de poids P, immobile à une hauteur *h* au-dessus du sol — où il aurait été élevé ou placé — n'est pas du tout dans les mêmes conditions, au point de vue de l'énergie, qu'un autre corps qui lui serait égal, mais qui se trouverait immobilisé sur le sol même. En effet, faisons tomber le premier corps : par le seul fait de sa chute, il va acquérir aussitôt une énergie mesurée par P*h*, qui pourra dès lors être utilisée de diverses façons.

Dans sa position initiale (élevée), ce poids, tout immobile qu'il était, possédait donc une espèce particulière d'énergie — énergie tranquille et pour ainsi dire emmagasinée — à laquelle on a appliqué le nom caractéristique d'*énergie de position* ou *énergie potentielle*.

Il n'est pas indispensable que le corps soit en repos, pour contenir de l'énergie de position ; tout corps *pesant*, situé à une certaine hauteur au-dessus du sol, possède une énergie de position qui restera constante si le corps demeure immobile

---

(1) E. Jouffret. — *Energie.*

ou se meut horizontalement, qui augmentera s'il s'élève verticalement ou de quelqu'autre manière que ce soit, et qui diminuera s'il se rapproche du sol.

En résumé, on distingue :

1° L'*énergie actuelle* (ou en action), quand elle se manifeste en force vive ;

2° L'*énergie potentielle* (ou en puissance), lorsqu'elle existe sous la forme d'un travail disponible.

L'énergie, sous la forme dynamique ou sous la forme potentielle, s'exprime en kilogrammètres. Toute énergie de position, à la périphérie du globe, est une conséquence de l'attraction terrestre.

20. Conservation de l'énergie. — Nous avons vu (**17, 19**) qu'un corps de poids P — dont la masse serait alors m — tombant d'une hauteur h, acquiert dans sa chute une puissance vive égale à $\frac{1}{2} mv^2$ égale aussi au travail Ph de la pesanteur. Pendant cette chute, l'*énergie de mouvement* $\frac{1}{2} mv^2$ du corps (nulle à l'origine), *augmente* progressivement de la même quantité dont *diminue* parallèlement l'*énergie de position* (initiale) Ph de ce corps.

Inversement, l'*énergie de position* Ph du corps, élevé ou lancé de bas en haut (nulle à l'origine), *augmente* progressivement de la même quantité dont *diminue* parallèlement l'*énergie de mouvement* (initiale) $\frac{1}{2} mv^2$ de ce même corps.

Il s'établit donc constamment une compensation exacte entre ces deux sortes d'énergie, de telle sorte que leur somme, qui représente l'*énergie totale* du corps, demeure *invariable*.

Ce fait caractéristique ne constitue d'ailleurs qu'un cas particulier *du principe de la conservation de l'énergie*, dont la loi plus générale, universelle même, s'énonce ainsi :

« Dans un système qui se meut sous l'influence de forces « extérieures et intérieures quelconques, il se fait à chaque ins- « tant une compensation exacte entre la variation de l'énergie

« dynamique du système et celle de son énergie potentielle, en « sorte que la somme demeure invariable. »

Le principe de la conservation de l'énergie est directement rattaché au *théorème du travail et des puissances vives* qui sert de base à la mécanique des machines, et qui est ainsi formulé :

1° Cas d'un point matériel : « Le travail effectué par une « force pour amener un point matériel d'une position à une « autre sur sa trajectoire, est égal à la variation de puissance « vive qu'a subie le point matériel pendant ce déplacement. »

$$\mathcal{T}F = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2.$$

2° Cas d'un système : « Dans un système de points matériels « quelconque, l'accroissement de la puissance vive totale, entre « deux instants considérés, est égal à la somme des travaux de « toutes les forces, tant extérieures que moléculaires, qui « agissent sur le système entre ces deux instants. »

$$\Sigma\mathcal{T}F = \Sigma \frac{1}{2} mv^2 - \Sigma \frac{1}{2} mv_0^2.$$

L'énergie de mouvement (actuelle ou dynamique) est susceptible de prendre des formes diverses, autres que la forme exclusivement mécanique, telles que : la forme calorifique, la forme électrique, la forme chimique, etc.

Nous terminerons là ces quelques rappels généraux de Mécanique, où nous avons très brièvement résumé et condensé certaines notions plus essentiellement appropriées à notre étude.

Par contre, nous n'avons pas cru devoir extraire des traités : les notions particulièrement relatives à la résistance propre du milieu aérien, car les lois de l'Aérodynamique, on le sait, quoique bien définies dans leurs grandes lignes, ne résolvent point toutes les inconnues subsistantes.

Puissent ces recherches, — en fournissant des aperçus nouveaux sur le rôle de l'air dans le vol —, trouver de ce chef quelque utilisation dans ladite mécanique générale du fluide atmosphérique.

DU MOUVEMENT DANS L'ATMOSPHÈRE [1]

CHAPITRE II

—

DYNAMIQUE, DANS L'AIR, D'UN MOBILE-PROJECTILE QUELCONQUE, D'UN MOBILE-ANIMÉ, ET D'UN MOBILE-AUTONOME

Parallèle entre le déplacement des oiseaux (ou vol) et le mouvement des projectiles (balistique). — Nature de ces mouvements, trajectoires respectives des translations. — Composition des forces mouvantes. — Mouvement curviligne parabolique. — Relation entre la masse et l'inertie. — Accélération dans le mouvement curviligne parabolique. — Courbes représentatives du mouvement aérien. — Coordination et groupement des efforts antagonistes, sur une trajectoire parabolique déterminée. — Travail des forces en jeu dans le vol. — Déductions complémentaires. — Forces : centripète et centrifuge. — Forces : tangentielle et d'inertie tangentielle. — Considérations générales.

21. Parallèle entre le déplacement des oiseaux (ou vol) et le mouvement des projectiles (balistique). — Après nous être remémoré sommairement les principes fondamentaux qui concourent à son édification, notre étude va rouler désormais : *sur l'action spécialement mécanique*, plutôt que physique ou même physiologique, qu'on appelle en terme générique « le Vol » ; c'est-à-dire le mouvement, dans le milieu aérien, d'un corps animé ou même d'un corps inanimé.

(1) Publication, revue et développée, des notes et mémoires de *premier jet* sur le **Problème général du vol et la Force centrifuge** : déposés par **A. Averly,** à l'Académie des Sciences, les 12 mars, 15 avril, 27 septembre et 10 octobre 1902 ; 10 mars 1903.

Les exemples de mouvement et de déplacement, dans l'air, de corps animés abondent dans la nature, tels sont : les insectes, les oiseaux, et tous les êtres animés qui sont pourvus d'ailes ou d'organes aliformes. On dit encore, par extension et au figuré, *que des corps inertes*, tels que : pierres, flèches, balles, boulets, etc. *volent*, lorsqu'ils sont lancés dans l'air, par une force momentanée qui leur imprime une certaine vitesse initiale, en vertu de laquelle ils peuvent, en effet, réaliser temporairement cette action.

Lorsqu'il s'agit des corps animés volants — aptes à vaincre des résistances et par suite capables de produire du travail — ces êtres se meuvent dans l'air, qui leur sert de véhicule ou mieux de porteur, sous l'action d'une *énergie totale* constituée par la somme des deux énergies distinctes que ces êtres portent dans leurs flancs, et qui sont : l'*énergie dynamique*, et l'*énergie latente* (**19**, **20**).

L'*énergie dynamique*, dans le vol, est fournie par la force musculaire propre du volatile ; cette énergie, dite aussi *actuelle*, se manifeste dès que l'oiseau entre en mouvement. L'*énergie latente* fait partie intégrante du corps même de l'oiseau ; on la nomme encore *potentielle*, par suite de la position occupée dans l'atmosphère par le volatile. *C'est son poids*, que ce volatile est astreint d'élever, de soutenir et de diriger par ses seuls moyens musculaires, pendant son déplacement dans le milieu qu'il parcourt.

L'énergie latente-potentielle apparait et s'accumule au fur et à mesure que le volatile se met en mouvement et s'élève dans l'air, elle est susceptible de devenir partiellement ou totalement dynamique, suivant la hauteur des chutes que l'oiseau peut être amené à faire, soit pour se rapprocher du sol, soit même pour s'y reposer. Cette énergie de position reste constante tant que l'oiseau vole horizontalement, elle augmente si l'oiseau s'élève de nouveau, et elle diminue s'il se rapproche du sol. A un instant quelconque, l'énergie latente-potentielle est égale à l'énergie dynamique-actuelle que l'oiseau, arrêté et tombant, aurait en venant toucher le sol.

Telles sont ces deux énergies, distinctes : dynamique-actuelle et latente-potentielle, dont la somme toujours constante — en vertu du principe de la conservation de l'énergie (**20**) — détermine l'énergie totale qui actionne le volatile.

Pour ce qui est des « corps inertes » (lancés), — aptes aussi à vaincre des résistances ou mieux à détruire des obstacles — ils se meuvent dans l'air, en volant au figuré, sous l'action également d'une *énergie totale* constituée par l'*énergie dynamique initiale* — qui est actuelle pendant l'impulsion temporairement donnée — et par l'*énergie latente-potentielle* du corps soumis, d'abord, à cette impulsion mouvante, qui le déplace et l'élève, puis, par son poids, après extinction de l'énergie initiale, aux lois de la chute des graves conséquentes de l'attraction terrestre (**6**).

La somme de ces deux énergies est encore à chaque instant constante, mais à la fin de son parcours et de sa chute, l'énergie totale, que possède alors le corps, est redevenue entièrement dynamique.

22. Nature de ces mouvements, trajectoires respectives des translations. — Ce parallèle (**21**), préalablement établi entre les deux catégories de corps animés et inertes, nous amène à rechercher maintenant quelle est la *nature* du mouvement en vertu duquel les déplacements *similaires* de ces divers corps s'effectuent dans l'air ? Par une rapide observation, nous avons aussitôt l'impression *d'un mouvement curviligne*, et, dans les deux cas, ce mouvement peut être considéré comme *uniformément varié.*

En effet, examinons d'abord les oiseaux, nous voyons que ces êtres se meuvent, *sous l'action constante de la pesanteur*, en vertu d'une vitesse initiale qu'ils se communiquent et qu'ils entretiennent ; mais la *direction* de cette vitesse initiale *change*, à chaque reprise des battements d'ailes (impulsions successives), à mesure que ladite vitesse s'accroît d'une grandeur correspondante au travail dû à ces battements.

Quant aux corps inertes ou projectiles, ils sont mis en mou-

vement, *toujours sous l'action constante de la pesanteur*, par une impulsion temporaire qui leur imprime également une vitesse initiale ; mais ici, la *direction première*, sous une inclinaison quelconque de cette vitesse initiale, *reste fixe* une fois déterminée à l'instant de l'impulsion.

Les conditions sont donc tout à fait similaires dans les deux exemples ; or, nous savons que le mouvement qui est produit par une vitesse initiale agissant en sens différent d'une force constante, est un *mouvement curviligne parabolique*. Par la suite, nous verrons que, pour les volatiles, ce mouvement tend vers une limite d'*uniformité* sensiblement rectiligne et horizontale.

Les trajectoires de ces mouvements, qui s'effectuent dans des conditions générales aussi complètement similaires, sont cependant très différentes au point de vue de leurs configurations respectives dans l'espace ; ainsi nous voyons (fig. 1) que :

Pour les êtres animés volants, la courbe apparente de leur translation dans l'air, notamment dans la partie ascendante AB, est formée d'une succession de trajectoires curvilignes, ou fractions de paraboles *convexes*, qu'on peut considérer comme jalonnant le déplacement général du volatile jusqu'au point B, où l'uniformité *horizontale* est atteinte. Au bout d'une certaine période d'uniformité BC, la trajectoire générale de translation s'infléchit et sa partie descendante CD, dont

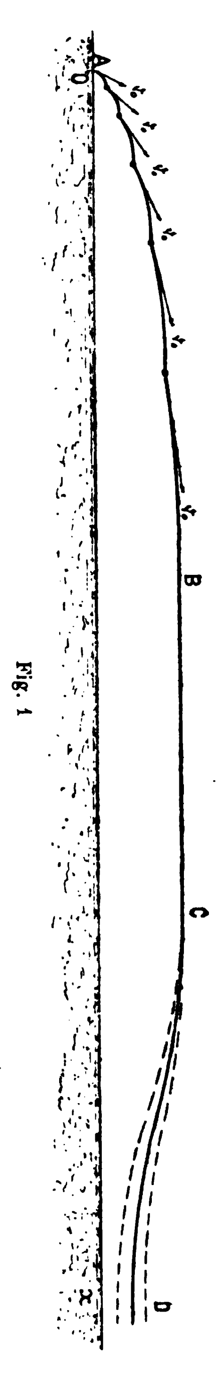


Fig. 1

les courbures toujours paraboliques peuvent être plus ou moins accentuées, devient *concave.*

Regardons à nouveau la partie ascendante AB de la trajectoire, elle nous donne un aperçu de la gradation des fractions de paraboles parcourues par le volatile, entre deux périodes consécutives de ses battements d'ailes ; les directions et les intensités des vitesses initiales tangentielles v_0, v_0...., correspondantes à chaque reprise de ces battements, sont indiquées par les flèches. Il est à remarquer d'ores et déjà : que *les amplitudes, de ces trajectoires de plus en plus tendues, croissent à mesure que les vitesses initiales, qui animent l'oiseau, augmentent et s'inclinent vers l'horizontale.*

Pour ce qui est des corps inertes — volants aussi — la courbe de leur translation dans l'air est représentée par la trajectoire balistique ABC (fig. 2) des projectiles; la portée AC, ou l'amplitude du jet, est déterminée par l'intensité et par l'inclinaison α, originairement données à la vitesse initiale v_0.

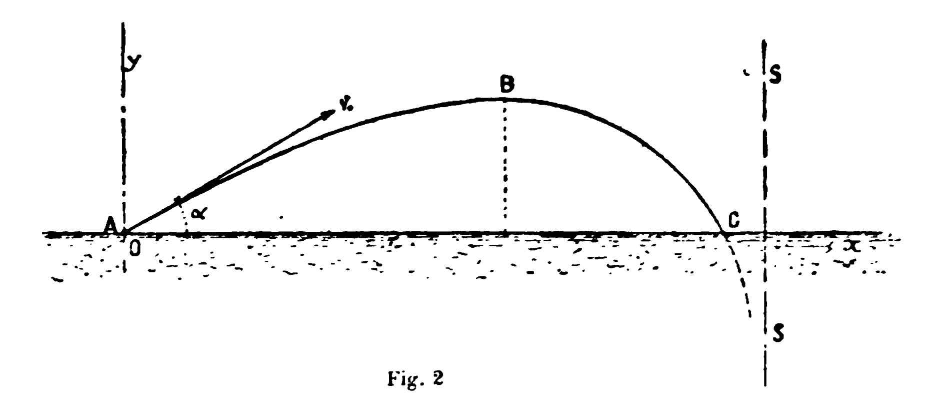


Fig. 2

La courbe parabolique, suivie par le corps, est *convexe* sur tout son parcours; mais, par suite de la résistance que l'air oppose au mouvement du projectile, les deux branches AB et BC, ascendante et descendante de la parabole, ne sont pas symétriques par rapport à la verticale passant par le point culminant B. La branche descendante BC a une asymptote verticale SS.

23. Composition des forces mouvantes. — Maintenant, nous laisserons complètement en dehors de notre sujet le mouvement des corps inertes, ou projectiles lancés dans l'air, et nous ne nous occuperons même plus qu'indirectement, et par comparaison, de celui des volatiles dans le même milieu. Dès lors, cherchons à pénétrer la corrélation mécanique qui, selon toutes probabilités, existe entre la dynamique d'un mobile quelconque, d'un point pesant ou d'un mobile autonome, en états de *mouvement artificiel* dans l'air, et celle du vol proprement dit ou *mouvement naturel* dans ce milieu ?

A cet effet, disons tout d'abord que notre mobile (supposé autonome) est pourvu d'organes aliformes, fonctionnant artificiellement tout comme ceux des oiseaux, et qu'il est, de même que ces volatiles, capable de s'élever, de se soutenir et de se diriger dans le milieu aérien, par des moyens mécaniques similaires et restant à déterminer.

Pour obtenir ce résultat et réaliser ces actions, ce mobile M (fig. 3), que nous résumons à un point pesant de masse m, devra disposer, sous forme d'*énergie dynamique*, *d'une force élévatrice* f, à opposer directement à celle de son poids p, et *d'une force directrice* f_1, propre à le diriger et à vaincre les résistances conséquentes de son déplacement dans l'air.

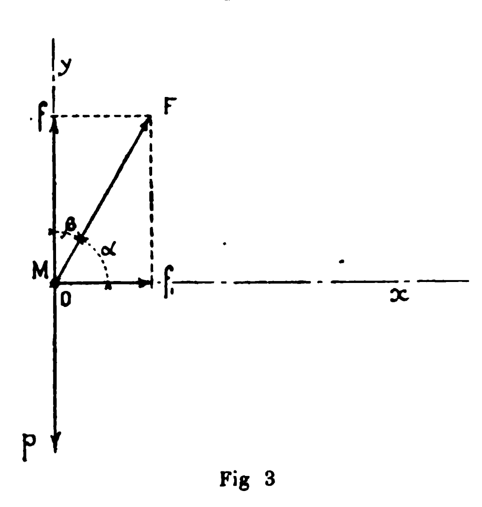


Fig 3

Ces deux forces, composantes et aussi concourantes, auxquelles nous assignons comme *directions absolues* : les lignes verticale et horizontale limitées aux vecteurs respectifs Mf, Mf_1 donnent, par la construction sur ces vecteurs du parallélogramme des forces, *une résultante mouvante* MF qui est repré-

sentée par la diagonale de ce parallélogramme *moteur* $MfFf_1$.

Cette résultante MF mesure alors la force dont l'impulsion — tangentielle à la trajectoire — assurera la vitesse initiale de translation du mobile soumis à l'action dudit parallélogramme moteur, ainsi qu'à l'action verticale constante de la force p ou poids de ce mobile. La force verticale ou poids p, due à la pesanteur, est alors, nous le savons, l'un des facteurs du produit ph, qui constituera l'*énergie potentielle* (**19**, **20**) du mobile élevé à une hauteur h dans l'atmosphère.

Nous venons de voir que les deux forces : élévatrice f et directrice f_1, ont des directions qui, étant rectangulaires, forment entre elles un angle de 90° ; dans ces conditions, on sait que chaque composante, du parallélogramme construit sur ces forces, est égale à la projection de la résultante sur sa propre direction. Or, Mf étant égale à Mp, on a :

$$MF = \frac{Mf}{\cos \beta (\sin \alpha)},$$

$$Mf = MF \sin \alpha,$$

$$Mf_1 = MF \cos \alpha.$$

Ces projections de la résultante MF s'appellent aussi la *force mouvante* estimée soit suivant la direction Mf, soit suivant la direction Mf_1. La force résultante-mouvante MF représente donc toute l'*énergie dynamique* du mobile ; cette énergie est musculaire chez les volatiles, et, *à l'instant précis de l'essor*, elle est un peu supérieure à leur propre poids.

24. Mouvement curviligne parabolique. — D'après ce qui précède (**23**), on voit tout d'abord que la *direction de la vitesse initiale*, résultant de l'impulsion donnée, qui va désormais animer le mobile pendant son mouvement élévateur, est toujours comprise dans un même quadrant ; puis, que cette vitesse initiale est susceptible de former avec l'horizon un angle pouvant varier entre 90 et 0°.

On sait aussi, par définition, que le mouvement parabo-

lique est celui qui est produit par une force constante agissant dans une direction différente de celle de la vitesse initiale du mobile ; et l'on démontre que cette vitesse initiale est tangente à la trajectoire parabolique ainsi déterminée.

Cela posé, représentons à nouveau par M (fig. 4) notre mobile de masse m animé d'une vitesse initiale v_0, dirigée suivant MV et inclinée d'un angle α sur l'horizon Ox ; si la pesanteur n'existait pas, et en vertu de l'inertie de la matière,

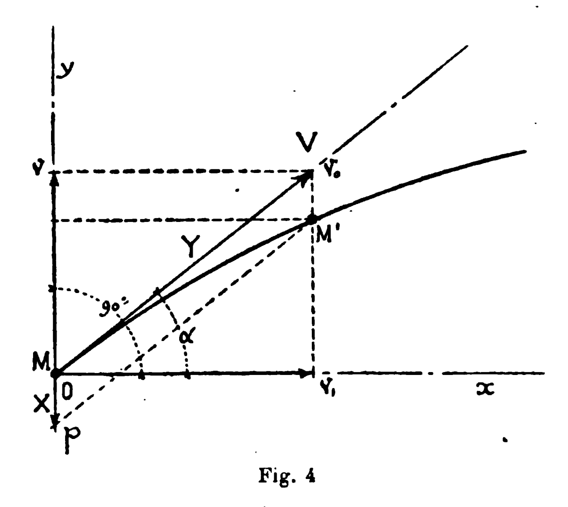


Fig. 4

ce mobile parcourrait d'un mouvement uniforme, au bout du temps t, un espace

$$MV = v_0 t.$$

Par contre, si le mobile se trouvait soumis, sans vitesse initiale, à l'action constante de la pesanteur seule, dirigée suivant Mp, il tomberait verticalement, dans le même laps de temps t, d'une quantité

$$Mp = \frac{1}{2} g t^2.$$

En réalité — d'après le principe de l'indépendance des forces et des mouvements acquis — ces deux effets ont lieu simultanément, et les deux mouvements rectilignes : *uniforme*

de vitesse v_0, et *uniformément accéléré* dû à l'action constante de la pesanteur, déterminent par leur composition *un mouvement curviligne dont la trajectoire est parabolique.* La construction du parallélogramme, établi sur ces deux mouvements MV et Mp, nous donne le sommet M' qui sera la position du mobile au bout du temps t, ainsi qu'un point de sa trajectoire ; on déterminerait d'autres points de la parabole, en faisant varier le temps et par suite les vecteurs MV et Mp.

C'est du reste ainsi que l'on procède pour étudier analytiquement le mouvement parabolique, en prenant pour axes de coordonnées les directions MV et Mp des deux mouvements composants (coordonnées obliques).

Dès lors, faisant

$$MV = Y \qquad \text{et} \qquad Mp = X,$$

on a :

$$Y = v_0 t \qquad \text{et} \qquad X = \frac{1}{2} g t^2 ;$$

d'où, si l'on élimine le temps t entre ces deux équations, l'on obtient :

$$Y^2 = \frac{2 v_0^2}{g} X.$$

Equation de laquelle on déduit : que la trajectoire du mouvement est une parabole, passant par l'origine O des coordonnées et tangente à la direction MV de la vitesse initiale, dont l'axe est vertical et dont les diamètres, par suite, ont une direction parallèle à celle de la force constante Mp.

On peut encore étudier le mouvement parabolique en rapportant sa trajectoire à deux axes de coordonnées rectangulaires en O, point d'origine du mouvement, tels que Ox et Oy (même fig. 4). D'ailleurs les deux moyens sont utilisables concurremment, et demeurent à notre libre disposition.

Le mouvement suivant la tangente, dû à la vitesse initiale v_0 de direction MV, peut alors se décomposer en deux autres mouvements rectilignes v et v_1, dirigés suivant les

nouveaux axes de coordonnées ; la construction du parallélo gramme (rectangle) $MvVv_1$, détermine donc comme il suit les vitesses de ces deux projections :

$$v = v_0 \sin \alpha \qquad \text{et} \qquad v_1 = v_0 \cos \alpha.$$

Le mouvement composant élévateur de vitesse $v_0 \sin \alpha$, dirigé suivant Oy, se compose avec le mouvement de chute dirigé suivant Op, et donne un mouvement vertical qui est *uniformément retardé* par l'action constante de la pesanteur. Alors, v étant la vitesse à l'instant t, si nous appelons y l'espace parcouru, compté positivement suivant Oy, les équations de ce mouvement seront :

$$\frac{dy}{dt} = v = v_0 \sin \alpha - gt \qquad \text{(équation des vitesses)}$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} gt^2 \quad \text{(équation des espaces).}$$

Les équations du mouvement composant *uniforme*, dirigé suivant l'horizontale Ox, dont v_1 est la vitesse, seront d'autre part :

$$\frac{dx}{dt} = v_1 = v_0 \cos \alpha \qquad \text{(équation de la vitesse)}$$

$$x = v_0 \cos \alpha \times t \quad \text{(équation des espaces)}$$

Faisant l'élimination du temps dans les deux équations des espaces, nous aurons l'équation de la trajectoire entre ses deux axes de coordonnées rectangulaires x et y, soit :

$$y = x \, tg \, \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2.$$

Ainsi que nous l'avons déjà vu, pour les coordonnées obliques, c'est une parabole dont l'axe est vertical.

Il résulte de ce qui précède que notre mobile M parcourt sa trajectoire parabolique, animé d'une vitesse qui est connue par ses projections sur les deux axes x et y de coordonnées rectangulaires ; par suite, on constatera l'élévation de ce

mobile au-dessus de l'horizon, tant que la vitesse de sa projection verticale sera positive, c'est-à-dire tant que l'on aura

$$v_0 \sin \alpha > gt.$$

Cette projection verticale sera nulle pour un maximum de hauteur correspondant au temps

$$\theta = \frac{v_0 \sin \alpha}{g},$$

et les valeurs correspondantes aux coordonnées de cette position maximum, sur les axes x et y, seront :

$$x_1 = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \text{et} \quad y_1 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Le mouvement du mobile, arrivé au sommet de sa trajectoire, n'est point arrêté par le fait de l'annulation de la composante verticale de sa vitesse initiale ; il se continue sous l'action de la composante horizontale de cette vitesse, toujours égale à $v_0 \cos \alpha$. A ce moment, $\cos \alpha$ est égal à 1, car l'angle α est nul ; par suite, la vitesse initiale v_0 est alors égale à sa propre composante horizontale et l'on a $v_0 = v_1$.

Si le mobile n'était pas pesant, il prendrait donc un mouvement rectiligne et uniforme, *suivant l'horizontale tangente menée au sommet de la parabole ;* mais il n'en est pas ainsi, et alors il peut se présenter deux cas :

1° Si c'est un simple projectile, il retombera — en cédant à l'action accélératrice de la pesanteur — suivant une branche descendante de parabole convexe, analogue à celle de la figure 2 (**22**).

2° Si c'est un mobile autonome, animé alors d'une puissance vive suffisante, il pourra suivre temporairement cette tangente horizontale, d'un mouvement sensiblement rectiligne et uniforme ; puis, comme cette puissance vive sera vite épuisée, il devra : ou se réélever mécaniquement d'un nouvel échelon parabolique convexe, ou se laisser glisser en chute, suivant

une branche descendante de trajectoire parabolique concave.

La figure 1 (22) nous représente ces trois phases du mouvement parabolique, et elles s'y succèdent dans leur ordre rationnel.

25. Relation entre la masse et l'inertie. — Nous avons vu (13) que le rapport $\frac{F}{j}$ mesure le coefficient de résistance au mouvement d'un corps qui, soumis à l'action d'une force F, en reçoit une accélération j ; ce rapport détermine aussi, comme nous le savons, la *masse* du corps. Il est bon d'ajouter ici qu'on a coutume, en mécanique, de prendre pour unité de masse celle d'un corps qui, sous l'action d'une unité de force, recevrait l'unité d'accélération ; et cette convention subsiste, quelles que soient les unités de force et d'accélération.

On peut alors reconnaître très facilement la masse d'un corps en constatant l'*accélération* que ce corps prendra sous l'action d'une force connue (si la force est constante, l'accélération se déduit du chemin $\frac{1}{2} jt^2$ parcouru sans vitesse initiale pendant le temps t) ; or, cette accélération est le quotient de la force par la masse du mobile, car on a :

$$F = mj \qquad \text{d'où} \qquad j = \frac{F}{m}.$$

Dans cette formule on peut remplacer j par son expression générale $\frac{dv}{dt}$ et l'on obtient :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m};$$

formule qui est applicable à tout point de masse m, animé d'un mouvement rectiligne sous l'action d'une force F.

Quand cette force F est constante, les équations du mouvement rectiligne uniformément varié deviennent :

$$v = v_0 + \frac{F}{m} t \qquad \text{et} \qquad e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2.$$

Il résulte de la définition de la masse, qu'il y à toujours égalité parfaite entre la force F qui agit sur un point matériel (ou un corps), et le produit de sa masse m par son accélération j

$$F = mj;$$

il suit de là que l'on considère le produit mj comme une force dirigée en sens inverse de l'accélération j ou de la force F, et capable d'équilibrer celle-ci ; on la nomme, assez improprement d'ailleurs, force d'inertie.

On ne doit pas cependant considérer la force d'inertie comme une force purement fictive, car elle représente très réellement la réaction du corps en mouvement sur les obstacles matériels qui entravent ce mouvement ; ou, plus simplement, la réaction du corps à son propre mouvement.

Lorsque le mobile est astreint à parcourir *une trajectoire curviligne quelconque*, sa force d'inertie, ou mieux son *inertie*, se décompose en deux forces composantes dirigées respectivement suivant la *tangente* et la *normale* à la trajectoire :

L'une est la *force d'inertie tangentielle* dont l'expression est :

$$m\frac{dv}{dt} \qquad \text{ou} \qquad mj,$$

elle est dirigée *en sens inverse* du mouvement si celui-ci est retardé, *dans le même sens* s'il est accéléré.

L'autre est la *force centrifuge* que l'on mesure par :

$$m\frac{v^2}{r},$$

elle est orientée normalement à la convexité de la trajectoire.

En définitive il est bon de remarquer que les mots *masse* et *inertie* n'expriment pas la même idée :

L'inertie, nous l'avons vu (10), fait qu'une force est nécessaire pour produire ou modifier le mouvement d'un point matériel ou d'un corps, *c'est une propriété générale de la matière*, et non une quantité.

La masse (7), plus ou moins grande d'un point matériel, fait qu'une certaine force est nécessaire pour produire sur ce corps une certaine modification de mouvement; c'est non seulement une qualité, mais une *grandeur* propre à *chaque corps.*

Dire que la masse d'un corps est sa *quantité de matière,* ne constitue pas une définition suffisante, il faut ajouter que cette quantité se mesure par la force nécessaire pour procurer au corps une certaine *accélération.* Dire aussi que la masse d'un corps n'est autre chose que le quotient numérique $\frac{F}{j}$, serait confondre une chose avec son expression en nombre, comme si l'on prétendait que l'étendue d'un rectangle n'est que le produit de sa base par sa hauteur (¹).

26. Accélération dans le mouvement curviligne parabolique. — Les causes mêmes, qui donnent naissance au mouvement parabolique (**22**, **24**, **25**), astreignent le mobile à demeurer constamment *sur la courbe* déterminée par la trajectoire qu'il parcourt. Ainsi, à partir de l'instant où ce mobile possède une certaine vitesse tangentielle à la courbe, toutes les circonstances de son mouvement sont dues *à des forces indépendantes de la courbe* (telles que le poids du mobile, l'action du moteur, etc.), et *à une force normale à cette courbe,* qu'on nomme *la réaction de la courbe.*

En réalité, cette force normale n'est autre chose que la résultante des réactions des corps qui obligent le mobile à rester sur la courbe, malgré l'action des forces précipitées. Il s'ensuit donc que les variations de la vitesse du mobile, suivant sa propre trajectoire, sont entièrement subordonnées aux variations mêmes de la force tangentielle qui actionne ce mobile.

Un des points dès lors fort importants de notre étude consiste à établir maintenant *comment se manifeste l'accélération,* dans ce mouvement curviligne parabolique que caractérise le vol.

(¹) Bélanger. — *Dynamique d'un point matériel.*

Nous avons vu, sommairement (12), comment se déterminait l'accélération dans le mouvement rectiligne varié et dans le mouvement rectiligne uniformément varié ; nous n'aurons donc qu'à observer les mêmes règles, pour déterminer cette accélération dans le mouvement très particulier qui nous occupe.

Or, dans un mouvement curviligne parabolique, et en vertu des propriétés mêmes de ce mouvement — qui nécessite l'intervention d'une force constante d'intensité et de direction, agissant en sens différent de la vitesse initiale du mobile — on sait que *sa projection sur un axe quelconque*, qui ne soit pas perpendiculaire à la direction de la force constante, *est un mouvement uniformément varié*. On en conclut que l'accélération, dans le mouvement projeté, est celle qui serait produite par une force constante égale à la projection de celle qui agit réellement sur le mobile dans l'espace.

Dès lors, rapportant le mouvement à trois axes rectangulaires x, y, z, si on le projette sur ces trois axes, et qu'on appelle : j_x, j_y, j_z les accélérations des trois mouvements projetés, F_x, F_y, F_z les projections, sur les mêmes axes, de la force F qui agit sur le mobile dans l'espace, et m la masse du mobile, on a :

$$j_x = \frac{F_x}{m}, \quad j_y = \frac{F_y}{m}, \quad j_z = \frac{F_z}{m}.$$

Le mobile peut alors être considéré comme étant animé de ces trois accélérations simultanées ; par suite, en appelant j l'accélération résultante et faisant la composition des accélérations comme l'on fait celle des vitesses, on aura :

$$j = \sqrt{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2} ;$$

ou, d'après les précédentes relations, l'expression

$$j = \frac{\sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}}{m} = \frac{F}{m}.$$

Qui nous montre que l'accélération totale j, dont le mobile est animé, est bien celle qui est produite par la force F.

Cela établi, remarquons — *sous peine de commettre une faute lourde* dans la coordination des éléments nécessaires à nos recherches — qu'indépendamment de l'accélération dans le sens de la trajectoire ou *accélération tangentielle* j (fig. 5), on doit tenir compte d'une *accélération normale* ψ et, par suite, en déduire l'*accélération totale* φ résultante des deux premières.

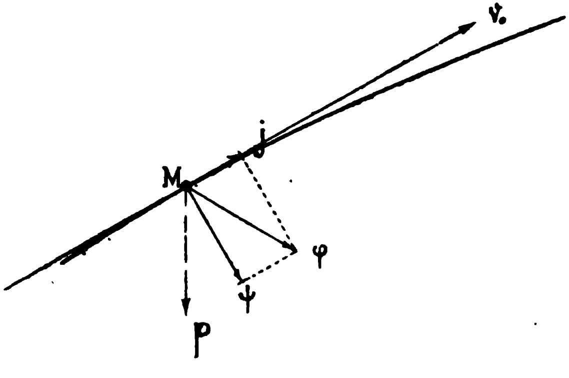


Fig. 5

Or, l'on sait par démonstration que l'accélération tangentielle

$$j = \frac{dv}{dt}$$

est la dérivée de la vitesse considérée comme fonction du temps, et que son expression est identique dans le mouvement curviligne, comme dans le mouvement rectiligne.

D'autre part, on démontre également que l'accélération normale

$$\psi = \frac{v^2}{r}$$

est une troisième proportionnelle entre le rayon de courbure et la vitesse. Il s'ensuit donc : que l'accélération totale *peut être calculée comme l'hypothénuse d'un triangle rectangle*, *dont*

les deux autres côtés seraient l'accélération tangentielle et l'accélération normale; et l'on obtient ainsi :

$$\varphi = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}.$$

D'après cette valeur de l'accélération totale, on déduit notamment que, lorsque l'accélération normale est nulle, l'accélération totale se réduit à l'accélération tangentielle

$$\varphi = \frac{dv}{dt} = j.$$

Mais l'accélération normale ne peut être nulle, que si $v = o$ et alors il n'y aurait pas de mouvement, ou si $r = \infty$ ce qui suppose que la trajectoire soit une ligne droite. Si donc, l'accélération normale est constamment nulle, le mouvement est rectiligne à moins qu'il n'y ait pas de mouvement.

Si l'accélération tangentielle est nulle, l'accélération totale se réduit à l'accélération normale, c'est-à-dire que si la vitesse est constante, auquel cas on a :

$$\frac{dv}{dt} = o,$$

il reste

$$\varphi = \frac{v^2}{r} = \psi;$$

l'accélération totale varie alors en raison inverse du rayon de courbure.

Dans un mouvement curviligne parabolique, malgré que le rayon de courbure soit variable, on peut donner — par extension — à l'accélération normale, le nom de *centripète*, car elle est bien dirigée — à chaque instant — vers le centre de courbure au point considéré de l'arc de trajectoire (centre de l'arc de cercle osculateur).

Le produit de l'accélération totale φ par la masse m du mobile

$$m\varphi = m\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2},$$

donne la mesure de la force qui agit sur le mobile à l'instant considéré; cette force peut se décomposer en deux autres, l'une, suivant la tangente à la courbe ou *forcè tangentielle,* l'autre, suivant la normale à cette courbe ou *force centripète.*

Ces deux forces ont respectivement pour mesure le produit de la masse du mobile, par l'accélération tangentielle ou par l'accélération normale; leur valeur sera donc :

$$m \frac{dv}{dt} = mj$$

pour la force tangentielle qui est celle qui fait varier la vitesse du mobile, et

$$m \frac{v^2}{r}$$

pour la force centripète qui fait varier la direction du mouvement et maintient le mobile sur sa trajectoire.

Il est facile de voir à présent que le déplacement, dans l'air, de notre mobile autonome est absolument assimilable, au moins sur une courte distance, à un *mouvement de translation* curviligne varié, que ce mobile effectuerait dans ce fluide, dont nous négligerons pour l'instant la résistance.

En effet, on sait que le mouvement de translation est celui dans lequel tous les points matériels d'un corps sont animés, à chaque instant, de vitesses égales et parallèles; un mouvement de cette nature rentre complètement dans le cas du vol; et il peut être soit rectiligne, soit curviligne varié quelconque.

Or, si nous traçons dans un corps M (fig. 6) — *fac-simile* de notre mobile autonome — trois axes rectangulaires x, y, z, fixes par rapport à ce corps, il est très admissible, vu l'extension du rayon de la trajectoire, que ces trois axes demeurent parallèles à leur direction primitive, pendant toute la durée d'un certain parcours.

Le mouvement de translation du corps M, envisagé par exemple sur le point z (projection de l'axe z) de rencontre

des trois axes x, y, z, s'effectue donc, dans le cas que nous étudions, suivant une trajectoire curviligne parabolique ; et nous avons dit (22) que cette trajectoire tend vers une limite rectiligne horizontale.

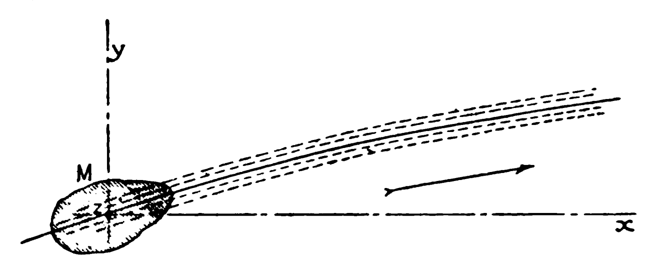


Fig. 6

L'accélération, dans le mouvement de translation, s'exprime d'une manière simple au moyen de la masse totale du système en mouvement et des forces qui y sont appliquées.

Désignons par M la masse totale du système, par v la vitesse finale d'un de ses points matériels, et par v_0 sa vitesse initiale ; si F représente l'une quelconque des forces qui agissent sur le système, F_x sa projection sur la direction du mouvement, et dx le chemin élémentaire parcouru dans le temps dt par un point quelconque du corps, on a d'après le principe de l'effet du travail (20 — 2°) :

$$\frac{1}{2} Mv^2 - \frac{1}{2} Mv_0^2 = \int \Sigma F_x \, dx.$$

Cette équation, différentiée par rapport au temps, devient :

$$Mv \frac{dv}{dt} = \Sigma F_x \times \frac{dx}{dt}.$$

Or $\frac{dx}{dt}$, ou le rapport entre l'accroissement infiniment petit de l'abscisse d'un point du système et l'accroissement infiniment petit du temps, n'est autre chose que la vitesse v ; en supprimant ce facteur commun aux deux membres, il reste

$$M \frac{dv}{dt} = \Sigma F_x,$$

d'où

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\Sigma F_x}{M};$$

c'est-à-dire : que l'*accélération a pour valeur la somme algébrique des projections des forces sur la direction du mouvement, divisée par la masse totale du système.*

L'accélération est indépendante des forces moléculaires ou mutuelles, que les divers points matériels du système exercent les uns sur les autres ; car, dans la somme ΣF_x, les projections de ces forces mutuelles, étant deux à deux égales et de signes contraires, disparaissent d'elles-mêmes du résultat.

En désignant par R *la résultante de translation*, c'est-à-dire la résultante des forces transportées parallèlement à elles-mêmes en un point quelconque de l'espace, et par R_x sa projection sur la direction du mouvement, on a d'après la propriété de la résultante, ou du polygone des forces :

$$\Sigma F_x = R_x,$$

et par conséquent

$$\frac{dv}{dt} = \frac{R_x}{M}.$$

C'est-à-dire que l'accélération du système est la même que s'il se réduisait à un point matériel dont la masse serait M, et qui serait soumis à la force R ; en d'autres termes, l'*accélération est la même que si toute la masse était concentrée en un même point et que toutes les forces y fussent appliquées* [1].

27. Courbes représentatives du mouvement aérien. — *La représentation graphique du mouvement,* ou la courbe générale de translation dans l'air de notre mobile autonome, — similaire de celle des volatiles précédemment esquissée figure 1 (**22**) —, pourrait être dès à présent complétée. A cet effet, il nous suffirait de construire *la courbe des espaces et la courbe des vitesses* du mobile, qui seraient alors établies

---

[1] H. Sonnet. — *Memento de Mathématiques.*

d'après les lois mathématiques qui lient les espaces et les vitesses aux temps.

Ces courbes — représentatives du mouvement aérien que nous considérons — seraient tracées par points, en portant, sur deux axes de coordonnées rectangulaires et avec une mesure commune pour chaque unité (seconde et mètre) de temps, d'espace ou de vitesse :

1° les temps en abscisses et les espaces en ordonnées, pour la courbe des espaces ;

2° les temps en abscisses et les vitesses en ordonnées, pour la courbe des vitesses ;

ces temps, ces espaces et ces vitesses étant établis ou obtenus soit d'après les lois mathématiques précitées, soit d'après des valeurs connues et déterminées expérimentalement pour chacun de ces trois facteurs.

Nous aurions ainsi des moyens géométriques très précieux pour mesurer, notamment par les tangentes trigonométriques, les *variations de la vitesse du mobile* ou *son accélération ;* mais ces considérations nous entraineraient un peu loin, sans nécessité absolue pour notre sujet.

D'autre part, il importe de rappeler que nous avons considéré (22) le mouvement qui nous occupe comme un mouvement « uniformément varié » ; il s'ensuit que, l'espace étant représenté dans ce cas par une fonction de la forme

$$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2} j t^2,$$

la courbe des espaces est une parabole du second degré dont l'axe est parallèle à l'axe des ordonnées. Ainsi donc, le mouvement d'un corps peut être considéré comme *complètement déterminé*, quand on connait sa trajectoire et sa position, à un instant donné, sur cette courbe.

Dès lors, afin de nous résumer et remémorer nos idées pour la suite de notre étude, esquissons à nouveau un déplacement aérien quelconque qui serait effectué, par notre mobile auto-

nome, sur une trajectoire formée d'éléments paraboliques variés.

Soit ABCDEFGHI (fig. 7) cette courbe représentative du déplacement; son aspect seul suffit, à première vue, pour nous montrer clairement qu'elle comporte :

1° Une partie curviligne élévatrice ABCD, formée de fractions de paraboles échelonnées, qui est celle où le mobile doit développer les plus grands efforts et qui nécessite, par suite, la plus forte production d'énergie dynamique ; la somme de travail mécanique à fournir dans cette zone ascendante est *maximum.*

2° Une partie sensiblement rectiligne horizontale DE, qui est le but visé et atteint par le mobile pour utiliser — au cours de son mouvement — une période de repos relatif, la production d'énergie dynamique est devenue presque nulle, après avoir été à peu près toute transformée en puissance vive horizontale et en énergie potentielle ; la quantité de travail mécanique nécessaire est alors réduite au *minimum.*

3° Des parties curvilignes (paraboliques) EFGHI, qui peuvent être soit descendantes comme de E en G, où le mobile use de son énergie potentielle *en cédant à la pesanteur*, soit réascendantes comme de G en I, soit enfin quelconques.

Après avoir fixé — par cette simple reproduction schématique — le mode de translation générale d'un mobile autonome sur sa trajectoire aérienne, il importe maintenant de coordonner entre elles toutes les actions et les réactions qui régissent le dé-

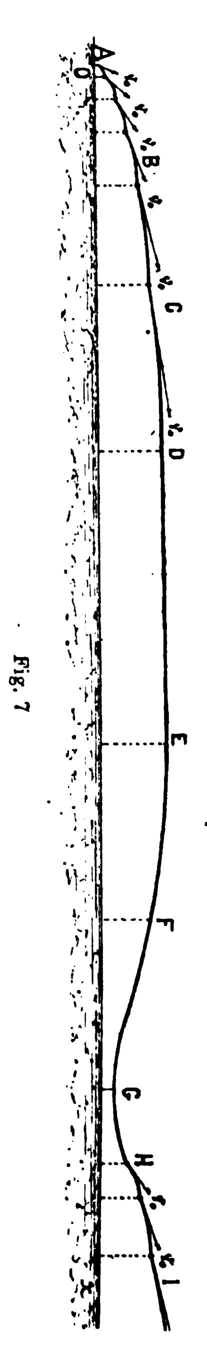


Fig. 7

placement de ce mobile (ou vol), et l'obligent ainsi *à suivre rigoureusement cette courbe.*

28. Coordination et groupement des efforts antagonistes sur une trajectoire parabolique déterminée. — Les enseignements précédents — qui ressortent notamment des paragraphes **21, 22, 23, 24, 25, 26** — nous permettent maintenant d'étudier notre mobile en mouvement comme étant soumis désormais à l'action simultanée des divers efforts qui le sollicitent sur sa trajectoire.

Dès lors, ce mouvement nous étant parfaitement connu et déterminé, effectuons le groupement des efforts antagonistes, en indiquant pour chacun d'eux sa fonction pendant la translation du mobile sur une trajectoire parabolique aérienne donnée.

Soit M le mobile autonome volant, de masse m, et parcourant la trajectoire déterminée (fig. 8) par les branches de paraboles échelonnées OO′, O′O″, O″O‴, O‴... Le point O est l'*origine du mouvement* et des axes de coordonnées rectangulaires x, y; le point O′ marque la *première reprise* (élévatrice) de ce mouvement et l'origine des axes de coordonnées x', y'; le point O″ marque la *deuxième reprise* (élévatrice), etc. La droite Mp indique la force verticale — due à l'attraction terrestre — qui mesure le *poids* du mobile.

L'antagoniste nécessaire du poids Mp (à élever de O en O′) est donnée par la droite Mf qui représente la *force verticale élévatrice* du mobile ; cette force — égale alors à ce poids Mp — est la projection verticale, suivant Oy, de la *force mouvante* MF dont la direction fait un angle α avec l'horizon. Cette force, mouvante et aussi résultante MF, possède ainsi une intensité égale à

$$\frac{Mf}{\sin \alpha} \quad (23)$$

et elle agit tangentiellement à la trajectoire OO′ qu'elle détermine ; quant à sa projection horizontale, suivant Ox, elle

fournit la *force directrice* Mf_1 qui constitue l'antagoniste des résistances du milieu ambiant.

Le parallélogramme des forces mouvantes qui actionnent le mobile autonome est donc bien déterminé par :

Mf, composante verticale élévatrice ;
Mf_1, composante horizontale directrice ;
MF, diagonale résultante du mouvement.

Toutefois, on remarquera qu'aussitôt après la phase de l'essor (*où elle est un peu supérieure*) et à toutes les reprises en O′, O″, O‴,... des battements alaires, la force mouvante MF *devient logiquement équivalente au poids* Mp *même du mobile*, et le demeure pendant toute la durée du mouvement élévateur.

Or, par suite de l'infléchissement *continu*, en ces points, de la vitesse initiale du mobile, cette circonstance motive, suivant les axes de coordonnées rectangulaires, des *projections inégales* qui se traduisent, comme nous le verrons par la suite, par des *variations conséquentes* dans les travaux des forces composantes Mf, Mf_1 ; tandis que le travail de leur résultante tangentielle MF demeure toujours *constant*.

L'impulsion première — produite par la force MF et la durée de son action — assure alors au mobile M *une vitesse initiale* v_0, qui est tangente à la trajectoire parabolique que cette vitesse détermine ; et l'inclinaison α, de cette vitesse initiale sur l'horizon, est évidemment la même que celle de la force MF qui l'a engendrée.

Chez les volatiles, cette impulsion — à leur essor en O — est assurée par l'élan des pattes conjugué avec les premiers battements rapides des ailes ; or, par des moyens similaires *et à notre disposition*, nous communiquerons toujours à notre mobile autonome cette impulsion première, d'où résulteront consécutivement : sa vitesse et sa puissance vive initiales.

Pour que le « vol » puisse se manifester dans des conditions normales, il faut, dès l'essor même, que le mobile, animé ou autonome, dispose d'une vitesse initiale, dont la projection

verticale *soit égale en grandeur* à l'accélération due à la pesanteur, ou 9,m81 à la seconde; cette vitesse (verticale) restant toujours susceptible d'être fractionnée *sélon le nombre de reprises*, du mouvement réimpulsif, contenues dans une seconde.

La vitesse initiale v_0 détermine ainsi, sur les deux axes de coordonnées rectangulaires en O :

Une composante verticale v, qui représente, suivant Oy, le *mouvement uniformément retardé élévateur.*

Une composante horizontale v_1, qui marque, suivant Ox, le *mouvement uniforme directeur.*

Ces deux mouvements rectilignes constituent, en définitive, les projections de la vitesse initiale v_0 du mobile, sur ces deux axes de coordonnées.

Dans ces dispositions, le mobile autonome s'élève alors, sous l'action constante de la pesanteur, en suivant d'abord la branche de parabole OO′, déterminée par la direction et par la grandeur de sa vitesse initiale v_0. Ce *premier parcours* nous dénote non seulement toutes les caractéristiques du mouvement curviligne parabolique (**24**), mais nous permet encore de constater *que cette portion de trajectoire* (*ascendante*) *est identique à celle que suivrait un mobile projectile quelconque, qui serait animé d'une vitesse initiale égale à* v_0 *et de même inclinaison* α *sur l'horizon.*

L'état de mouvement, dans l'air, qui a été ainsi communiqué au mobile, fait apparaître aussitôt, et simultanément avec les *forces actives* et les *accélérations* qui en résultent, les *réactions* du milieu ambiant.

Dès lors, si nous supposons respectivement effectués les produits de la masse du mobile par ses accélérations : tangentielle j, normale, ψ et totale φ (**26**), nous aurons des vecteurs représentés par :

1o Le segment de tangente Mt, constituant la *force accélératrice* [1] *tangentielle* qui marque les variations de la vitesse

---

[1] Dénomination usitée parfois, concurremment avec celle de *force d'inertie*

du mobile, et, en opposition, son antagoniste Mr qui mesure la *force d'inertie tangentielle* de ce mobile.

2° La normale Mn, à la courbe parabolique, déterminant la *force* que nous appellerons *centripète* — malgré les dénégations qui pourraient accueillir cette dénomination — car c'est bien elle qui fait varier la direction du mouvement et maintient constamment le mobile sur sa trajectoire, cette force a incontestablement pour antagoniste la *force centrifuge* Mc, qui est due aux réactions de la courbe, c'est-à-dire du milieu ambiant (**25**, **26**).

3° La diagonale MA, du parallélogramme construit sur les composantes Mt et Mn, mesurant la *force accélératrice* [1] *totale*, sous l'influence de laquelle s'effectue la translation curviligne du mobile; cette « force », est, à chaque instant, la *résultante* des forces accélératrices (**26**) : tangentielle et normale centripète précitées. Son antagoniste est l'*inertie* MI, propre du mobile, qui est elle-même la *résultante* des forces d'inertie (**25**) : inertie tangentielle et normale centrifuge également précitées.

Enfin on pourrait démontrer, le cas échéant, notamment pour le mouvement parabolique aérien, que le rayon vecteur IMA, qui détermine la *direction* de l'inertie et de l'accélération totale, passe constamment par les *foyers* des diverses paraboles successivement engendrées par le mobile autonome en mouvement dans ce milieu. Mais, comme cela sort de nos attributions et de l'objet immédiat de cette étude, nous indiquons simplement cette particularité au lecteur, et nous en déduirons surtout la portée pratique.

Nous possédons maintenant l'énumération complète de toutes les actions et réactions auxquelles le mobile se trouve soumis pendant sa translation parabolique dans l'air; néanmoins, afin d'apporter plus de clarté dans le groupement de ces efforts, faisons leur récapitulation et classifions-les

[1] Dénomination usitée parfois, concurremment avec celle de *force d'inertie*.

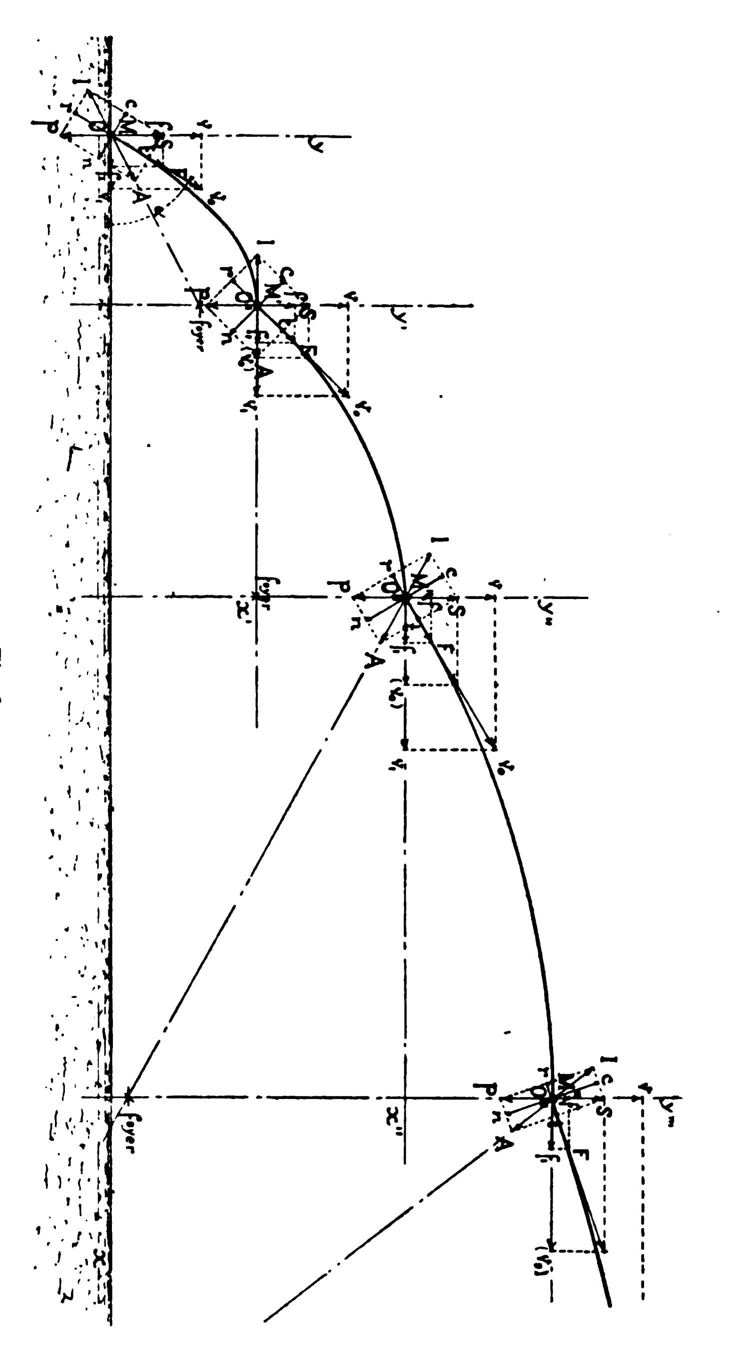


Fig. 8

(fig 8[bis]) d'après les parallélogrammes respectifs qu'ils déterminent. Nous obtiendrons ainsi :

N° 1. Le parallélogramme M*rpn* des *forces résistantes*, composé de :

M*p* —	force verticale constante ou poids du mobile égale à	mg
M*r* —	» d'inertie tangentielle égale à	mj
M*n* —	» normale centripète égale à.	$m \frac{v^2}{r}$.

N° 2. Le parallélogramme M*f*F*f*₁ des *forces mouvantes* (à l'essor) comprenant :

MF —	force mouvante tangentielle d'intensité égale à .	$\frac{Mf}{\sin \alpha}$
M*f* —	» élévatrice (verticale) égale à M*p*, égale aussi à	MF sin α
Mf_1 —	» directrice (horizontale) égale à.	MF cos α

N° 3. Le parallélogramme M*r*I*c* des *forces d'inertie*, formé de :

MI —	inertie propre du mobile, antagoniste de. . . .	MA
M*r* —	force d'inertie tangentielle antagoniste de . . .	M*t*
M*c* —	» normale centrifuge, antagoniste de. . . .	M*n*

N° 4. Le parallélogramme M*t*A*n* des *forces accélératrices*, représenté par :

MA —	accélération totale du mobile, antagoniste de. .	MI
M*t* —	force tangentielle, antagoniste de	M*r*
M*n* —	» normale centripète, antagoniste de . . .	M*c*

Mais, afin de bien établir l'équilibre dynamique que nous savons être assuré au mobile sur sa trajectoire, il importe de pouvoir *fermer le polygone* (rectangle) des efforts constitutifs des parallélogrammes 1, 3 et 4 que nous venons d'énumérer. Or' nous voyons que les côtés M*c* et M*t*, des parallélogrammes 3 et 4, sont communs avec un cinquième parallélogramme que nous allons construire, ou plutôt achever sur ces côtés, et que nous classifierons comme il suit :

N° 5. Parallélogramme M*c*S*t* des *réactions du milieu aérien*, formé par :

MS —	force verticale antagoniste, *effective constante*, de . .	M*p*
M*c* —	» normale centrifuge, antagoniste de.	M*n*
M*t* —	» tangentielle, antagoniste de	M*r*

Ce parallélogramme 5 constitue alors l'antagoniste évident du poids du mobile, et du parallélogramme 1 que ce poids détermine.

Ainsi donc, tous les efforts contenus dans ces parallélogrammes 1, 3, 4, 5, se trouvant être respectivement antago-

nistes, il s'ensuit forcément : que la diagonale MS *sera l'antagoniste constante* (*nécessaire comme indispensable*), *du poids Mp du mobile ;* d'ailleurs, cette diagonale constitue bien réellement la *résultante effective* de ce parallélogramme 5. En effet, nous avons coordonné et construit ce parallélogramme, sur les composantes Mc et Mt qui sont absolument déterminées : par les *réactions du milieu ambiant*, et par leur équivalence respective avec les forces Mn et Mr, composantes elles-mêmes, comme nous le verrons plus tard, du poids du mobile.

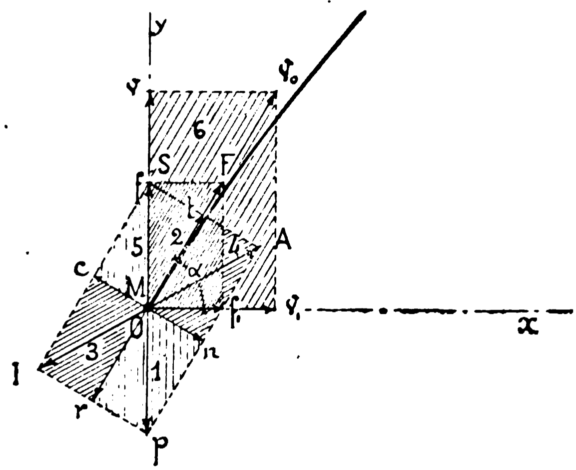


Fig. 8bis

Sans entrer, pour l'instant, dans une plus ample démonstration, il est tangible qu'il ne peut en être autrement, *et que le mobile est continuellement porté ou soutenu — notamment entre deux reprises de ses battements alaires — par les réactions précitées.*

Par la suite, nous verrons que, même au moment des reprises des battements alaires, le travail élévateur ou sustentateur (dû à ces battements) que le mobile animé ou autonome doit fournir, diminue graduellement depuis l'essor jusqu'au plein vol ; l'*effort à développer, au moment de ces reprises, restant cependant à peu près constant.*

En attendant, nous pouvons d'ores et déjà nous procurer un aperçu graphique de ces faits, en construisant — aux points de reprises O′, O″, O‴ (fig. 8), des battements alaires — le parallélogramme 2 des forces mouvantes réimpulsives ; et en notant que ce parallélogramme 2 marque de même en ces points les *accélérations* qui sont respectivement dues à ses trois forces constitutives.

On remarquera ensuite *l'équivalence constante*, à toutes les reprises hormis l'essor, *dudit parallélogramme 2 avec le parallélogramme 4 des forces accélératrices*, auxquelles le mobile reste toujours soumis au cours de sa translation, notamment après la disparition du parallélogramme 2. Ajoutons, enfin, que la *direction* de la diagonale résultante MF de ce parallélogramme 2, qui est alors égale au poids M*p* du mobile, reste toujours celle de la tangente à la trajectoire en ces points O′, O″, O‴...., et qu'elle détermine ainsi celle de la nouvelle vitesse initiale que le mobile acquiert en ces mêmes points.

Dès lors, il nous est facile de constater aussitôt, d'après la diminution progressive de la composante verticale M*f*, la diminution correspondante du travail de cette force, et *sa compensation indispensable* — jusqu'à équilibrer *exactement* le poids M*p* du mobile — *réalisée par la réaction élastique* (de bas en haut) *du fluide atmosphérique*, dont la compression suit de son côté une progression croissante.

Pour compléter ce qui précède, il nous reste finalement à classer :

N° 6. Le parallélogramme Mvv_0v_1, des *vitesses*, constitué par :

Mv_0	— vitesse initiale tangentielle d'inclinaison α, égale à	$\frac{Mv}{\sin \alpha}$
Mv	— composante verticale (hauteur due à la vitesse v_0), égale à.	$Mv_0 \sin \alpha$
Mv_1	— composante horizontale (mouvement uniforme), égale à.	$Mv_0 \cos \alpha$

Lorsque nous avons effectué la représentation et l'explication des figures 8 et 8[bis], nous avions admis, en vue de parer à des confusions possibles de prime abord, que toutes les

actions et les réactions, sollicitant le mobile, se trouvaien appliquées *en un même et unique point* M ; c'est-à-dire, au centre de masse, de gravité, ou d'inertie de ce mobile.

En réalité — ainsi que nous le développerons plus loin — ces efforts viennent respectivement se grouper *en deux points* O et G, (fig. 9), *qui sont reliés rigidement par le corps même du mobile.* La droite OG, unissant ces points, forme alors un rayon qui est susceptible d'osciller autour de son axe O de suspension ; et cette droite constitue le *bras de l'inertie* du mobile, aux extrémités duquel agissent les divers efforts précités.

En O, *centre des actions, doivent être logiquement appliqués tous les efforts,* énumérés et classés dans les parallélogrammes 2, 4, 5, 6, *qui impriment, accompagnent et soutiennent le mouvement même du mobile.* Ces efforts, avec leur désignation modifiée, se répartiront donc définitivement comme il suit :

N° 2. Parallélogramme $OfFf_1$, des *forces mouvantes* (à l'essor), formé de :

OF	— force mouvante tangentielle d'intensité égale à. .	$\frac{Of}{\sin \alpha}$
Of	— » élévatrice (verticale) égale à Gp, égale aussi à	$Of \sin \alpha$
Of_1	— » directrice (horizontale) égale à.	$Of \cos \alpha$

N° 4. Parallélogramme $OtAn$, *des forces accélératrices*, comprenant :

OA	— accélération totale du mobile, antagoniste de	GI
Ot	— force tangentielle, antagoniste de. . . .	Gr
$On = Gn$	— force normale centripète, antagoniste de .	$Gc = Oc$

N° 5. Parallélogramme $OcSt$, des *réactions du milieu aérien*, antagoniste du poids du mobile, et par suite du parallélogramme 1 ; formé par :

OS	— force verticale antagoniste, *effective constante*, de.	Gp
$Oc = Gc$	— force normale centrifuge, antagoniste de .	$Gn = On$
Ot	— force tangentielle, antagoniste de . . .	Gr

N° 6. Parallélogramme Ovv_0v_1, des *vitesses*, composé de :

Ov_0	— vitesse initiale tangentielle d'inclinaison α, égale à	$\frac{Ov}{\sin \alpha}$
Ov	— composante verticale (hauteur due à la vitesse v_0), égale à.	$Ov_0 \sin \alpha$
Ov_1	— composante horizontale (mouvem. uniforme) égale à	$Ov_0 \cos \alpha$

En G, *centre des réactions, agiront* par contre *les efforts passifs que le mobile* M *oppose à son propre mouvement*; ces

efforts, classés dans les parallélogrammes 1 et 3, seront donc à leur tour désignés et répartis comme il suit :

N° 1. Parallélogramme G*rpn*, des *forces résistantes*, constitué par :

G*p*	— force verticale constante ou poids du mobile, égale à	mg
G*r* —	» d'inertie tangentielle, égale à	mj
G*n* —	» normale centripète égale à	$m\frac{v^2}{r}$

N° 3. Parallélogramme G*r*I*c*, des *forces d'inertie*, comprenant :

GI	— Inertie propre du mobile, antagoniste de. . . .	OA
G*r*	— force d'inertie tangentielle, antagoniste. . . .	O*t*
G*c* = O*c*	— force normale centrifuge, antagoniste.	O*n* = G*n*

Ce nouveau groupement, nous permet ainsi d'entrevoir

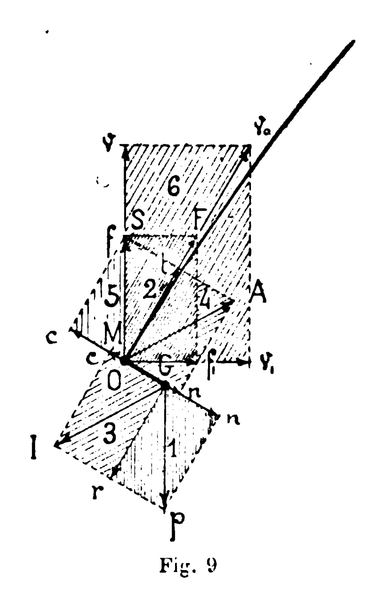


Fig. 9

plus facilement *comment toutes les influences vont désormais s'exercer sur le mobile en mouvement;* de même, un examen plus attentif de la figure 9 nous fera constater aussitôt : *quel rôle actif* est alors dévolu aux parallélogrammes 1, 3, 4, 5, qui assuraient déjà, comme nous l'avons vu, l'équilibre dynamique transversal du mobile sur sa trajectoire.

En effet, disposés de cette façon, ces quatre parallélogrammes déterminent un système de forces, présentant une

certaine analogie avec des *couples de rotation* [1]. Mais, ajouterons-nous aussitôt, c'est par rotation *simple* et *alternative* autour de l'axe O, puis de l'axe G, que l'action de ces parallélogrammes se manifeste continuellement. En sorte que cette action tend à placer *dans l'horizontale* l'axe initial v_0 du mouvement et, simultanément, *dans la verticale*, l'axe *temporairement dévié* des résistances passives, qui sont alors réduites au seul poids p du mobile.

29. Travail des forces en jeu dans le vol. — Le paragraphe précédent (**28**), nous a donné, avec la coordination des efforts qui sollicitent le mobile, un exposé sommaire du mouvement résultant de ces efforts ; par la suite nous aurons lieu de compléter ces aperçus. Quant à présent, nous avons surtout à examiner *quel est le travail mécanique,* moteur ou résistant, dû à ces efforts, qui est développé pendant le mouvement, c'est-à-dire au cours du vol.

Pour obtenir ce résultat, et arriver ainsi à cette autre coordination rationnelle, nous étudierons d'abord chaque effort isolément, puis, après avoir établi le travail incombant à chacun de ces efforts, nous n'aurons plus qu'à faire une totalisation des travaux, et à tirer les conséquences qui en résulteront pour le mouvement général du mobile.

a) **Forces : tangentielle, et normale centripète.** — Le mouvement qui nous occupe étant un mouvement essentiellement curviligne, si nous nous reportons à ce qui a été dit au paragraphe de l'accélération (**26**), nous voyons que, dans un mouvement de cette nature, le mobile est animé non seulement de deux accélérations simultanées, mais qu'il est soumis aussi à *deux forces simultanées — solidaires de ces accélérations —* qui sont précisément la force tangentielle et la force normale centripète.

Or, si nous appliquons à ces forces accélératrices : tangen-

---

[1] Poinsot. — *Statique.*

tielle Ot et normale On (fig. 10), le principe de l'effet du travail et de la conservation de l'énergie (**20**), on remarquera aussitôt : que *le travail de la force normale centripète* — qui est dirigée vers le centre de courbure et maintient le mobile sur sa trajectoire — *est constamment nul*; en effet, il ne peut en être autrement, puisque cette force demeure toujours perpendiculaire au chemin parcouru par son point d'application.

Quant *au travail de la force tangentielle*, qui reste seule à considérer, puisque seule elle fait varier la vitesse du mobile, *il est égal à l'accroissement algébrique de la puissance vive*

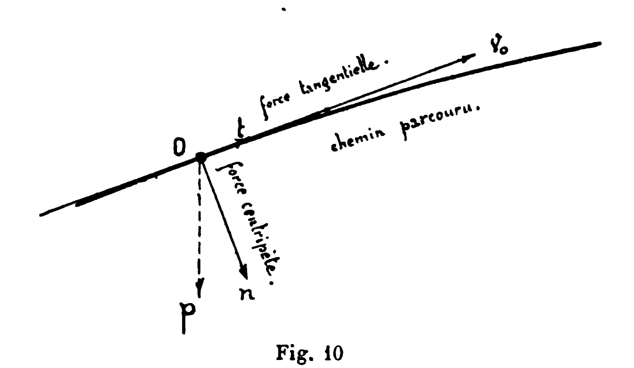


Fig. 10

du mobile, sollicité, d'autre part, par la force verticale constante due à son poids p. Ce travail sera donc déduit de l'expression :

$$\mathcal{T}F = \frac{1}{2} mv_1^2 - \frac{1}{2} mv_0^2.$$

b) **Force verticale constante ou poids du mobile.** — Abordons maintenant la force qui, en réalité, motive toutes les autres, c'est-à-dire la force verticale constante ou poids du mobile, et voyons *quel est son travail réel*, en tant qu'obstacle au propre mouvement élévateur de ce mobile ?

On a vu (**17**), que le travail qu'il faut produire, pour imprimer à un corps de poids P et de masse m, une vitesse v capable

de l'élever verticalement d'une certaine hauteur h, est égal à la grandeur

$$\frac{1}{2}mv^2$$

qui détermine la puissance vive du mobile. Ce travail, est égal aussi au produit

$$Ph$$

qui mesure la quantité d'action dépensée par la pesanteur pour épuiser, à la hauteur donnée par la formule

$$h = \frac{v^2}{2g},$$

toute l'énergie contenue dans la grandeur

$$\frac{1}{2}mv^2.$$

Dans cet exemple, le travail de la pesanteur est dit destructeur de puissance vive et négatif, car le chemin h est parcouru, en vertu de la vitesse acquise, malgré cette force de la pesanteur.

Reportons-nous maintenant à la figure 8 ; nous voyons en O que la vitesse initiale v_0, en vertu de laquelle notre mobile M s'élève sur sa trajectoire, est inclinée d'un angle α sur l'horizon, et — pour une cause qui sera ultérieurement établie — cette vitesse initiale v_0 détermine sur l'axe Oy, une projection verticale $v_0 \sin \alpha$, dont la grandeur est égale à la vitesse v du corps élevé verticalement que nous venons de mentionner.

Ceci posé, il est évident que les deux mouvements : rectiligne de bas en haut, ou curviligne ascendant, se trouvent dans des conditions analogues, et que le mobile M, tout en suivant sa trajectoire parabolique, *s'élèvera à la même hauteur verticale* que le corps envisagé. La seule différence — aux grandeurs près des vitesses v_0 et $v_0 \sin \alpha$ — entraînant celle des trajectoires respectives, réside donc *dans l'inclinaison* sur l'horizon de la vitesse initiale du mobile M.

diminue aussi, et quand $\gamma = 90°$, cos $\gamma = 0$; la force et le chemin parcouru sont alors perpendiculaires, ce qui est un signe certain d'annulation pour l'action de la force.

En fait, ce travail de la pesanteur, que nous voyons devenir ainsi *mathématiquement nul au sommet de la parabole*, se trouve bien *réellement annulé* pour les deux raisons suivantes :

1° En ce point culminant O', la composante verticale de la vitesse initiale v_0 du mobile étant annulée, *le travail de la pesanteur l'est aussi forcément, puisque le chemin parcouru* (*verticalement*) *est nul alors ;*

2° En ce même point précis, la composante horizontale v_1, de cette même vitesse initiale, subsiste toujours en grandeur et en direction ; mais comme l'*action de la pesanteur s'exerce alors normalement au chemin parcouru, son travail est encore forcément nul.*

D'après ce qui précède, et nous reportant à la courbe générale représentative du mouvement figure 7 (**27**), nous pouvons d'ores et déjà dire : *que le travail de la force verticale constante est négatif résistant*, tant que les ordonnées de la courbe sont croissantes ; au contraire, *il est positif moteur*, lorsque les ordonnées sont décroissantes.

Par la suite nous démontrerons encore que ce *travail* de la force verticale constante — *maximum à l'origine* O des temps, des espaces et du mouvement — *tend progressivement vers un minimum constant de nullité, qui se manifeste dans toute la partie culminante extrême de la trajectoire générale du mouvement*, c'est-à-dire dans la partie supérieure de la courbe, où le mobile possède une puissance vive maximum *dans le sens horizontal.*

De plus, *cette diminution continue du travail de la pesanteur*, se produit non seulement pendant le parcours de chacune des branches de parabole, mais elle se précise encore à toutes les reprises du mouvement élévateur ; lesquelles reprises, indépendamment de leur fonction motrice, ont notamment pour objet direct :

1° L'inflexion, vers l'horizontale, de la puissance vive du mobile ;

2° La conservation de cette puissance vive.

Avant d'aller plus loin, il y aurait peut-être lieu de prévoir, dès maintenant, toute objection qu'on pourrait nous faire au sujet de l'infléchissement de la vitesse initiale v_0 sur la trajectoire. En effet, il ne serait pas surprenant que *cet infléchissement continu* — de direction toujours tangentielle à la courbe — soit considéré comme parfaitement problématique.

Mais, en admettant même que cette continuité de tangence — entre la vitesse initiale et la courbure de la trajectoire — ne soit qu'imaginaire, cela n'infirmerait nullement ni nos dires, ni ce fait indéniable, *dans le mouvement élévateur*, que : *la direction de la force verticale constante fait sans cesse un angle obtus avec la trajectoire même du déplacement de son point d'application.* Il est d'ailleurs facile de constater cette particularité, dans toute la partie ascendante de la trajectoire générale du mouvement, et c'est la raison même qui nous a fait confondre, intentionnellement, la tangente avec l'arc.

Après avoir établi — d'une manière aussi tangible que possible — la diminution progressive du travail de la pesanteur sur un mobile qui s'élève en suivant une courbe balistique ou similaire, et fait ressortir l'importance de ce fait pour le vol, examinons une autre particularité intéressante et remarquable.

Celle-ci se rattache directement et d'une manière essentielle *à ce genre de déplacement aérien* que nous savons être très couramment pratiqué par les volatiles, en attendant qu'il se réalise par des mobiles autonomes mûs artificiellement. A cet effet, reportons-nous à ce que nous disions au paragraphe (**28**), dont nous allons du reste reproduire partiellement la figure 9.

Soit dès lors OG (fig. 12), *le bras de l'inertie* qui, mené dans le corps d'un mobile M, relie le centre O, *lieu des efforts de traction et centre du mouvement,* au centre de gravité G du système et *lieu des résistances passives ;* v_0 est la vitesse initiale du mobile, elle part du centre O tangentiellement à la trajectoire MN suivie par ce point. La vitesse du centre de

gravité G, sera évidemment égale et parallèle à celle du centre O, puisque nous savons qu'il s'agit en l'espèce d'un mouvement de translation (**26**). Notons enfin que, pendant cette translation, le bras de l'inertie OG demeure constamment normal aux trajectoires parallèles MN, M_1N_1, et que le poids p du mobile est appliqué verticalement en G au centre de masse, de gravité, d'inertie même, selon Euler, de ce mobile.

Dans ces conditions, *la libre action de la force verticale constante p* se trouvera donc parfaitement assurée ; d'ailleurs, nous allons voir que cette indépendance même est de nécessité capitale dans le « vol ». En effet, indépendamment de son rôle

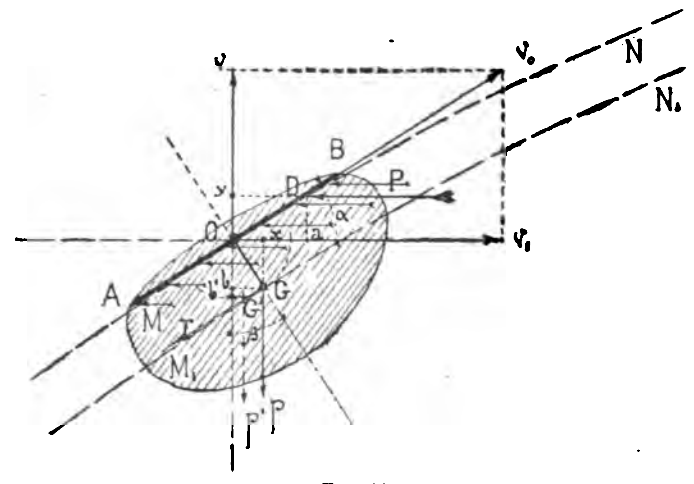


Fig. 12

de *frein modérateur* de puissance vive — qu'elle exerce pendant l'élévation du mobile — l'action de la pesanteur a encore pour mission de maintenir le bras de l'inertie OG *dans une direction toujours normale à la trajectoire du déplacement de ce mobile.*

Dès lors, examinons *les raisons d'équilibre* qui motivent ainsi *cette orientation nécessaire* du bras OG, aux extrémités duquel nous savons que s'exercent les divers efforts régissant le mouvement général auquel participe le mobile.

Considérons, par exemple, le déplacement du mobile pen-

dant son parcours sur une branche quelconque de parabole ascendante, c'est-à-dire entre deux reprises des battements d'ailes. Nous voyons tout d'abord — en attendant de le démontrer plus loin — que ce mobile glisse évidemment dans l'air, alors qu'il y effectue son déplacement ; mais ce glissement a lieu aussi, à n'en pas douter, sur une nappe fluide, graduellement comprimée, qui limite et guide ce déplacement aérien du mobile.

Dans cette conjecture, *la compression obligatoire de l'air* — notamment sous la face inférieure de la surface alaire alors rigidement étendue du mobile — est conséquente d'*une contre-pression égale et contraire* due à l'inertie réactive du fluide, et à sa détente élastique qui résulte du mouvement même du mobile dans ce milieu. Or, cette contrepression indispensable du fluide s'exerce, en effet, *horizontalement : en sens inverse du propre mouvement de la projection horizontale de la vitesse initiale* que possède le mobile, puis elle se répartit *normalement* et *tangentiellement* à la surface alaire.

Représentons par la droite AB, tangente à la trajectoire parabolique MN et de même direction que la vitesse initiale v_0, la projection d'une certaine surface alaire — plane et attenante au mobile — sur le plan de la courbe et de la figure. Le point O marque tout à la fois le point de tangence de cette surface et de la courbe, et la projection de la génératrice (contenue dans le plan de la surface alaire) qui, par son déplacement parallèlement à elle-même sur la courbe, engendre une surface réglée cylindrique, dont la trace est précisément la trajectoire parabolique MN, c'est-à-dire la directrice même de la surface réglée.

Ceci posé — et rappelant que notre mobile est déjà dans l'état d'équilibre dynamique défini (28) — traçons une ligne horizontale P que nous considérerons comme représentant l'*excédent de pression réactive de l'air* contre la partie antérieure du mobile en mouvement ; pression aussitôt transmise sous l'avant de la surface AB, c'est-à-dire sous la proue même de la surface alaire du mobile. Si cette droite se trouve —

comme dans la figure — logiquement située au-dessus de *l'horizontale* Ov_1, représentant la projection horizontale de la vitesse initiale du mobile, on voit aussitôt ce qui va se passer.

Sous l'influence du mouvement dû à sa vitesse horizontale v_1, le plan AB — dont l'angle d'incidence sur l'horizon est α — rencontrant une résistance qui s'exerce au-dessus de l'axe Ov_1 de ce mouvement, subit un effort de renversement qui est mesuré par la force P, dont le moment est le produit de son intensité par la distance Da de son point d'application à l'axe horizontal Ov_1 ; or,

$$Da = OD \sin \alpha ;$$

le moment de P sera donc

$$M_0P = P \times OD \times \sin \alpha.$$

Mais ce renversement — par rotation autour de l'axe O de suspension de tout le système — n'a pas lieu grâce à l'action du poids p du mobile, que nous savons être appliqué en G à l'extrémité du bras OG de l'inertie. Or, ce bras OG est normal à la courbe et perpendiculaire à la surface AB ; il fait, en outre, un angle β avec *la verticale*, passant par son axe O de suspension, qui marque la direction même de la projection verticale Ov de la vitesse initiale du mobile.

Dans ces conditions, le moment de la force, qui devra faire équilibre à la pression P de l'air, est égal au produit du poids p par la distance Gb de son point d'application, à l'axe Ov du mouvement dû à la vitesse verticale v ; et comme

$$Gb = OG \sin \beta,$$

le moment de p sera

$$M_0p = p \times OG \times \sin \beta.$$

L'équilibre du système — susceptible de tourner autour de O — a donc lieu lorsque le moment de P est égal au moment de p, c'est-à-dire quand on a :

$$P \times OD \times \sin \alpha = p \times OG \times \sin \beta ;$$

mais on peut remarquer que les angles α et β sont égaux, comme ayant des côtés perpendiculaires chacun à chacun, leurs sinus également ; conséquemment, l'équilibre subsiste encore lorsque les forces P et p sont en raison inverse de leurs bras de levier, car il reste en effet :

$$P \times OD = p \times OG.$$

Toutefois, les longueurs OD et OG ne mesurent pas (directement) les bras de levier de P et de p, mais bien les distances respectives des points d'application D et G de ces forces, au centre de suspension O. Les bras de levier réels, sont donnés par les perpendiculaires abaissées du centre O sur les directions des forces, c'est-à-dire par les droites Oy et Ox, qui sont respectivement égales aux distances Da et Gb antérieurement déterminées.

Dans l'égalité précédente, *le second membre*, c'est-à-dire le poids p et le bras de l'inertie OG, *reste constant ;* mais *le moment* de cette force constante p, suit nécessairement les variations du premier membre. Ces variations, qui se manifestent d'une manière *continue*, résultent à la fois :

De l'incidence du plan AB,

De la pression P,

De la distance OD, et

De la longueur du bras de levier Da ; elles sont ainsi conséquentes de la diminution progressive de la vitesse tangentielle v_0 dont le mobile est animé pendant son élévation sur une branche quelconque de parabole.

Dès lors, on comprend facilement comment s'exerce *la libre action* de la force verticale constante, et comment l'équilibre se trouve continuellement rétabli, par l'*abaissement angulaire* du point d'application G de cette force. En effet, la diminution du moment de la force p, correspondant à cet abaissement, est exactement solidaire de la diminution même du moment de la pression P ; or, ainsi que nous le disions plus haut, le « vol » — de même que l'équilibre dynamique qui lui est inhérent — n'est possible qu'à cette condition mathématique.

Dès lors, si nous observons attentivement, depuis l'origine O du mouvement, la marche du mobile M (fig. 11) sur la trajectoire parabolique OO′ — notamment en des points intermédiaires $M_1 M_2$ — et si nous menons par ces divers points d'application de la force verticale constante p, les tangentes représentatives *de la vitesse initiale infléchie* sur cette première courbe suivie par le mobile, nous constatons aussitôt que les angles γ, γ, formés par ces droites, sont obtus. Cette circons-

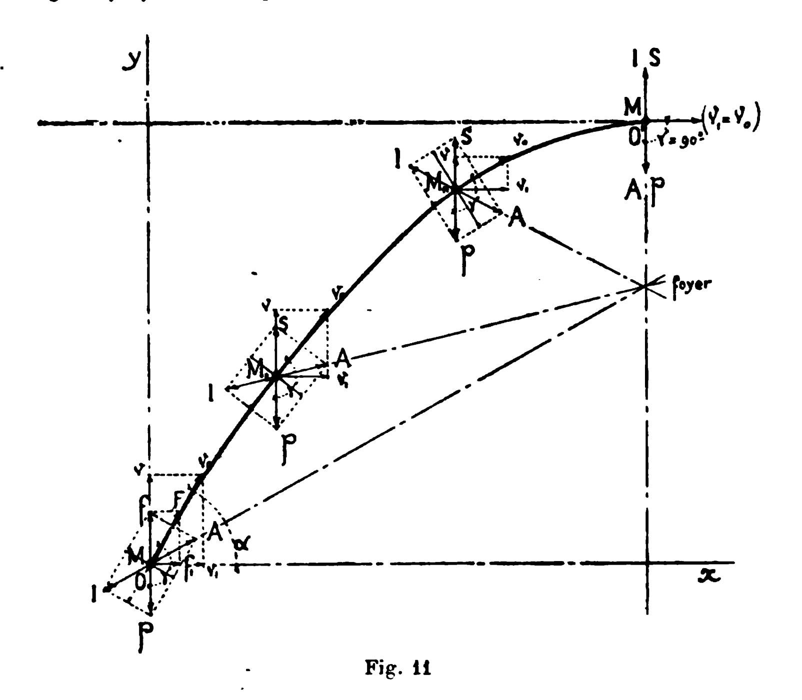


Fig. 11

tance implique, nécessairement pour la pesanteur, *un travail négatif résistant* qui se déduit d'ailleurs de la formule

$$\mathcal{T} = pe \cos \gamma.$$

On sait en effet — par définition complétée du schéma (11 bis) — que le travail est positif ou négatif, suivant que l'angle γ du mouvement est aigu ou obtus ; quand l'angle γ est aigu, la projection $p \cos \gamma$ de la force, tombant dans la direction du chemin parcouru, est dite mouvante et le travail

positif; au contraire, quand l'angle γ est obtus, la projection $p \cos \gamma$ de la force tombe du côté opposé au chemin parcouru, elle est alors dite résistante et le travail négatif.

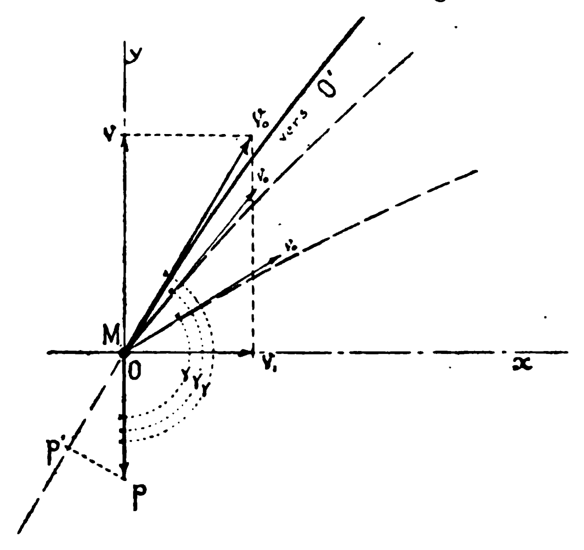


Fig. 11bis

Ce dernier cas, où l'angle γ du mouvement est obtus, est celui qui se rapporte aux conditions présentées dans ce paragraphe; or, dans l'aperçu précédent, nous avons manifestement confondu la tangente Mv_0 avec l'arc de trajectoire OO', celui-ci représentant le chemin réellement parcouru par le point d'application M de la force p. Mais cette confusion, voulue, est fort admissible en l'espèce, surtout si l'on envisage la grandeur du rayon de courbure de l'arc de trajectoire.

Remarquons maintenant, figure 11, que l'angle γ qui est obtus en O, dès l'origine même du mouvement, diminue graduellement jusqu'à devenir égal à 90° en O', point qui marque le sommet de cette première branche de parabole suivie par le mobile. Cette circonstance, particulière et remarquable, motive indubitablement dans ce parcours OO', malgré l'apparente invraisemblance du fait, *une diminution progressive du travail, pour la force verticale qui représente l'action constante de la pesanteur*. En effet, l'angle obtus γ diminuant, cos γ

Un des effets immédiats, sur le milieu ambiant, de ce mouvement et de sa vitesse, sera de produire, vers la partie antérieure de la surface alaire (proue de cette surface), *un gonflement* du fluide, suivi immédiatement *d'une dépression*; c'est-à-dire un phénomène analogue, à celui qu'en Hydrodynamique on nomme la *dénivellation.*

Mais en Aérodynamique — branche à laquelle le « vol » est si intimement lié — le fluide gazeux refoulé par la proue, ne peut pas s'échapper *directement* par la voie de moindre résistance, par le côté libre ou la flottaison — comme cela a lieu pour le fluide liquide — car cette voie lui est *fermée* par la surface alaire même de l'esquif aérien ; ce dernier, en cela, se différencie en effet très notablement de ses congénères fluviaux ou maritimes.

Le fluide gazeux refoulé — en l'espèce l'air atmosphérique — se trouve donc vraisemblablement *capté* sous cette surface, par l'instantanéité même avec laquelle *son inertie* est surprise par le mobile en mouvement?

Cette curieuse particularité va peut-être nous suggérer les moyens de pénétrer une de ces admirables dispositions de la Nature qui a précisément *doté* la face inférieure de l'aile des volatiles, d'une forme *mi-concave* et *mi-convexe*, assez semblable à celle de la dénivellation précitée !

Or, l'importance d'un tel fait est assez considérable pour que nous ne différions pas de l'élucider plus complétement, en lui donnant la traduction que nous déduisons.

Soit donc *Æ*, *N* (fig. 14), une ligne ondulée représentant *la section d'une aile*, faite par un plan vertical et parallèle au plan de symétrie de bec en queue d'un volatile, que nous assimilerons pour la circonstance à un esquif quelconque.

La partie *N*, ou proue, nous montre parfaitement la forme *concave* dans laquelle viendra *se loger* le gonflement résultant du refoulement produit sur le fluide, par le déplacement du mobile qui s'y meut en vertu du parallélogramme des vitesses (**28**). La partie *Æ* ou poupe, affecte au contraire une forme *convexe*, infléchie dans la dépression même qui suit ce gonflement ;

cette convexité, se prolonge ensuite et se relève plus loin, afin de faciliter le dégagement de l'onde et l'écoulement rationnel du fluide.

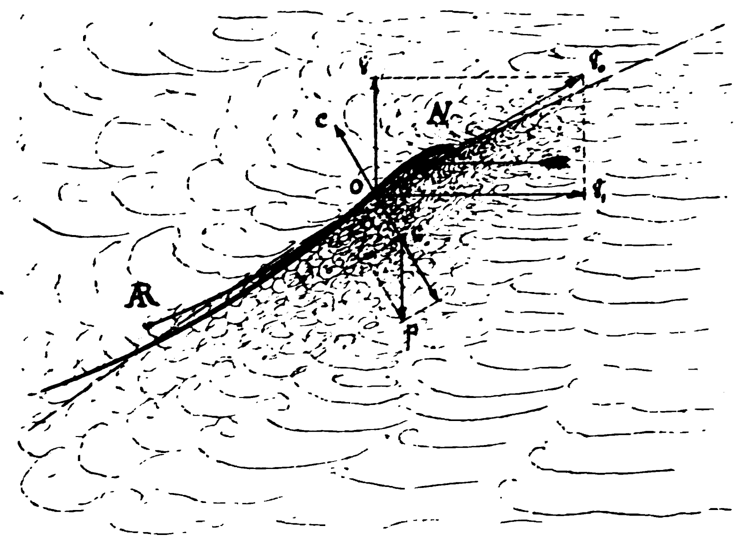


Fig. 14

Ce premier aperçu, nous permet déjà de conjecturer : que l'écoulement du fluide déplacé pendant le vol s'effectue vraisemblablement avec le minimum de perte de charge ou de *pression portante* du volatile, et fort peu d'aspiration ou de remous à l'arrière. Toutefois, nous ne nous étendrons pas plus longuement sur ce phénomène proprement dit de la dénivellation — qui relève d'ailleurs de la mécanique générale des fluides — car l'adaptation que nous venons d'en faire au fluide aérien, en harmonie concordante avec la conformation organique de l'aile, *nous semble suffisante pour établir un principe* que nous préconiserons désormais.

En définitive, nous espérons avoir rendu ainsi bien tangibles :

1° Le mode de captation, par l'aile, du fluide atmosphérique refoulé par sa proue ;

2° L'utilisation intégrale de toute la surface portante du

mobile, grâce à la forme de l'aile épousant complètement celle de la dénivellation produite.

Nous ajouterons seulement que cette surface portante, notamment chez les volatiles, reste toujours susceptible de variations dans son ampleur, et ces variations sont subordonnées aux conditions générales du vol, ou mieux à la vitesse du mobile.

Les lacunes très regrettables, qui subsistent encore sur les lois de la résistance des fluides et la dynamique même de ces éléments, nous obligent à une certaine concision, et il est bien certain qu'elles auront grandement entravé, pour leur part, la solution du problème aérien. Néanmoins, nous ne devons pas oublier que des travaux remarquables ont été faits, que des recherches et des études, qui font autorité en l'espèce, nous ont été léguées par toute une pléiade de savants, entre autres : Dubuat, Bossut, Duchemin, Didion, Poncelet, Bélanger, etc. aux ouvrages desquels, nous renverrons le lecteur soucieux, comme nous, de la recherche de l'exactitude et de la vérité scientifiques.

Ensuite des considérations précédentes, nous achèverons maintenant l'explication qui avait motivé la figure 12, afin d'établir d'une manière définitive le mode d'action des forces P et p, d'où résultent les déviations angulaires du bras OG de l'inertie. Au préalable, et pour plus de clarté, nous reproduirons à une échelle agrandie, une partie de cette figure et nous la complèterons de certains éléments des figures 13 et 14.

Soient de nouveau M, M_1 (fig. 15), les portions envisagées des deux trajectoires parallèles suivies par les centres O et G ; le bras OG de l'inertie est normal à ces deux courbes, et la trace AB, de la surface portante du mobile, lui est perpendiculaire et tangente à la trajectoire M.

Partant de là, nous considérerons le mobile — ainsi schématiquement représenté par ses éléments essentiels — comme étant en parfait état d'équilibre dynamique, sous l'action simultanée des efforts constitutifs des parallélogrammes 1, 3, 4, 5 (28), qui agissent en O et en G ; par suite, ce mobile est évi-

demment animé d'une certaine vitesse initiale v_0 motivant le parallélogramme Ovv_0v_1.

Dans ces conditions, la force horizontale P, s'exerçant en un point D de la surface AB, mesurera l'excédent de pression réactive de l'air, sous la proue de la surface alaire du mobile ; pression déterminée, comme nous savons, par le refoulement du fluide qui résulte de la vitesse même de ce mobile. Quant

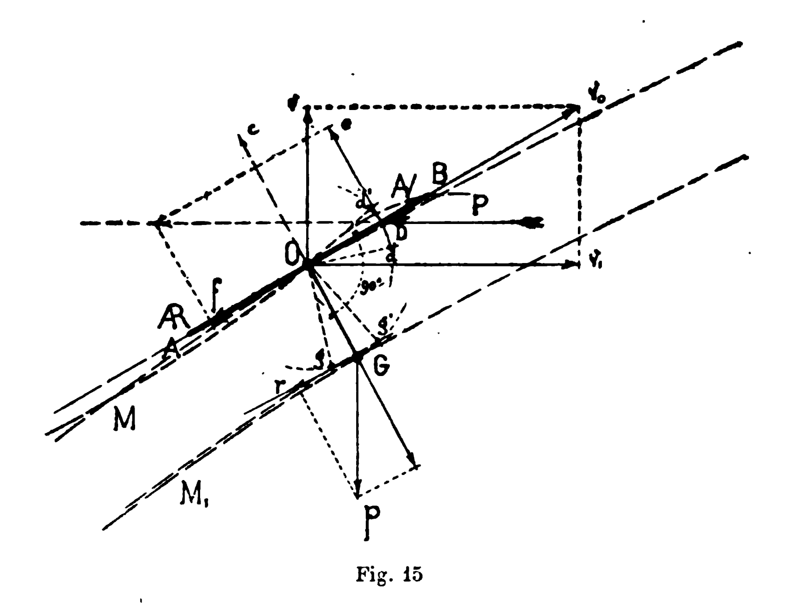


Fig. 15

à la force verticale constante *p*, ou le poids du mobile, elle est toujours immuablement appliquée en G.

Or, nous voyons aussitôt que la force P, agissant — sous la forme d'une *onde* — contre un plan qui se présente avec une certaine incidence, détermine les deux composantes suivantes :

1° Normalement au plan : une composante *active* De ;

2° Suivant le plan : une composante D*f*, qui est fonction *de la vitesse d'écoulement de l'air* vers l'arrière, et de *sa tension* sous la surface alaire du mobile.

La force *p*, ou le poids, se dédouble également, nous l'avons déjà dit, en deux composantes dont l'une, normale au bras OG de l'inertie, est la force d'inertie tangentielle G*r*, qui va four-

nir le travail compensateur équivalent à celui qui sera produit par la force D*e*.

Ces deux actions : mouvante et résistante, agissent alors, dans des directions perpendiculaires, sur un levier DOG du premier genre et coudé à 90°, qui se trouve suspendu par son axe de rotation projeté en O. Or ce point O — qui est aussi le centre même du mouvement — se déplace sur sa trajectoire parabolique M, sans quitter cette courbe que nous savons être immuablement déterminée par ce mouvement.

Le jeu des forces P et *p*, est donc bien indiqué et se manifeste ainsi :

1° Le *gonflement* du fluide à l'avant, ou mieux *l'onde soulevante*, fait naître tout d'abord la force D*e*, dont l'action se traduit aussitôt par le soulèvement rotatoire, autour de O, de la proue O*N* du mobile, et, simultanément, par l'élévation angulaire du centre de gravité G du système.

2° *La dépression* de l'onde soulevante commence au point O — situé sur la trajectoire parabolique M — et se manifeste jusqu'à l'arrière du mobile ; cette trajectoire M, constitue *la médiane* de la dénivellation, c'est-à-dire la ligne de flottaison séparatrice des zones de gonflement et de dépression.

Pendant *sa détente*, à partir de O, l'onde après avoir été soulevante de la proue O*N*, soulève maintenant la poupe O*Æ*, elle abaisse alors, toujours par rotation autour de O, la proue O*N*. L'action même de cette détente du fluide, se trouve ainsi conjuguée avec la réaction due à la force d'inertie tangentielle G*r* (composante de *p*), et ces deux effets ont pour but commun :

De ramener, par rotation en arrière, le plan de la surface alaire et le centre de gravité, qui avaient été tout d'abord soulevés en avant.

Alors que s'effectuaient le jeu de bascule et l'évolution que nous venons de relater, le gonflement du fluide, ou l'onde, subissait une autre influence — liée à sa reformation continuelle — qu'il importe d'expliquer plus complètement ; nous le ferons de la manière suivante :

Au fur et à mesure de sa formation, disons-nous, et après

avoir produit son travail de soulèvement *AV* — qui est fonction de sa hauteur même — l'onde s'écoule vers l'*AR* en passant *sous un barrage* qu'elle ne peut franchir que dans le sens de son écoulement naturel, c'est-à-dire *suivant la surface ou la flottaison;* et nullement, dans un sens qui serait *normal* à cet écoulement.

Ce barrage, se trouve constitué par l'axe même qui est projeté en O ; cet axe, forme à son tour, transversalement au sens de l'écoulement, une ligne de démarcation séparant nettement les deux zones bien distinctes de la compression *AV* et de la détente *AR*.

Or la position de ce barrage — qui est mobile dans le sens de sa translation sur la trajectoire même de son mouvement parabolique — étant déterminée d'une manière *immuable* dans le sens normal à cette trajectoire, il s'ensuit que l'onde, *poussée par ses suivantes*, est littéralement forcée de s'aplatir, de s'étaler, pour franchir cet obstacle !

Ce *passage* — tout dynamique — est donc nécessairement marqué : par un puissant *laminage du fluide*, dont on déduira facilement le travail de réaction élastique, notamment dans le sens de O*c*.

Tous ces mouvements et ces effets, qui se reproduisent successivement, demeurent complètement *invisibles* pour nous, ils sont par cela même difficiles à contrôler, et on ne peut guère les établir autrement que par le raisonnement. Ils constituent néanmoins, pour le mobile, *un état de balancement continuel, un tangage,* qui est beaucoup plus *serré* que celui que nous voyons se produire — *amplifié et maximum alors* — au moment des reprises des battements alaires.

Ils précisent enfin *la dégradation continue de ce balancement même* jusqu'à sa limite *minimum* qui précède la reprise suivante.

Ce tangage, quoique procédant des ondulations du fluide, n'est ni un glissement, ni même un véritable mouvement ondulatoire ; c'est un mouvement *tout spécial,* qui ne nous paraît pas trop dépourvu d'une certaine analogie, avec le phéno-

mène mécanique bien connu *du broutlement*, dont on pourrait citer nombre d'exemples.

Or, ledit brouttement est lui-même une sorte de produit hétérogène engendré par l'*accouplement du* **mouvement** *de la matière avec* **l'inertie** *de cette même matière;* et ce phénomène, *général*, est encore un composé d'autres phénomènes, *particuliers*, parmi lesquels on perçoit et retrouve toujours indistinctement : du choc, du frottement, de la vibration, du bruit, de la chaleur, de la lumière même, etc. et qu'il nous suffit d'avoir indiqués.

La connaissance complète de ces mille manifestations occultes, permettrait sans doute d'expliquer certaines particularités encore mal définies; mais contentons-nous de savoir leur corrélation avec les effets similaires, en partie visibles alors et faciles à contrôler, qui se reproduisent, comme nous le disions plus haut, *par amplification* à chaque reprise des battements alaires.

En ces points, le tangage se manifeste en effet assez rudement pour s'affirmer de lui-même, et se fondre ensuite en un réel brouttement, dont la dégradation des *amplitudes oscillatoires* est plus ou moins rapide, suivant l'allure même du mouvement général.

En définitive, le mouvement de translation du mobile sur sa trajectoire aérienne est toujours plus ou moins *saccadé* : soit aux reprises mêmes de ses battements alaires, soit encore dans l'intervalle séparant deux quelconques de ces reprises; il est donc solidaire — nous le précisons de nouveau — des variations de l'amplitude des oscillations, alternativement transmises à sa surface portante par l'onde refoulée sous cette surface.

Or, ces amplitudes, *accentuées et maximum* au moment des reprises des battements alaires, *décroissent ensuite progressivement*, comme décroît, d'ailleurs, la vitesse initiale qui avait été imprimée au mobile à l'instant considéré.

Nous terminerons là cette digression, puis le présent paragraphe du travail de la force verticale constante; mais au

préalable, complétons brièvement l'explication du fonctionnement du bras de levier DOG, et celle du mode de déplacement angulaire du bras OG de l'inertie.

Sous l'action donc de la force D*e* (retour à la fig. 15) le bras OD, du levier DOG, décrit autour de O un arc *dd'*, qui mesure le chemin parcouru par le point d'application D de la force D*e*, ou *la hauteur même de la dénivellation du fluide; la bissectrice* de cet arc coïncide exactement avec la trajectoire M, que suit le centre O du mouvement. Simultanément, le bras OG de l'inertie — qui fait un angle de 90° avec OD — décrit un arc *gg'* dont la bissectrice, par suite, est perpendicuaire à la bissectrice de l'arc *dd'*, c'est-à-dire à la trajectoire M.

De même que pour l'arc *dd'*, l'arc *gg'* mesure le chemin parcouru par le point d'application G de la force d'inertie tangentielle G*r*, et l'on comprend facilement que le produit de cette force par ce chemin, *soit le travail correspondant au déplacement du poids du mobile, dans le sens même du mouvement.* Or — en vertu de la proportionnalité des arcs décrits *dd'*, *gg'*, aux rayons des bras OD et OG — ce travail équivaut encore exactement à *celui qui est développé par l'onde soulevante*, lequel est solidaire lui-même de la puissance vive du mobile.

L'amplitude de cette double rotation *dd'*, *gg'*, est — nous le réitérons — assez faible et particulièrement invisible entre les reprises des battements alaires ; elle correspond néanmoins, très certainement, à la hauteur totale de la dénivellation du fluide, laquelle résulte de l'*écart entre les pressions* *N et R* — supportées par la surface alaire — c'est-à-dire de l'onde elle-même.

D'après ce qui précède, il nous est dès lors facile de voir que le bras OG de l'inertie ne peut guère se déplacer autrement que par un balancement alternatif sur ses deux extrémités O et G, qui décrivent en réalité les arcs O.O.O.... G.G.G.... figure 13, jalonnés par les trajectoires paraboliques MM_1. En sorte que ces trajectoires se trouveraient donc bien réellement constituées *par une succession de véritables arcs de*

cercle, et non par des courbes exclusivement et uniformément paraboliques à jets directs, sans déviations ni jarrets.

Enfin, il est intéressant de noter aussi la curieuse *inversion* que présentent ces arcs, car cette particularité vient encore singulièrement *solidariser* ces deux trajectoires M et M_1 que suivent respectivement les centres O du mouvement et G de l'inertie.

Sans entrer dans des démonstrations qui seraient presque superflues, nous voyons donc assez clairement : qu'au cours de ses évolutions alternatives, le bras OG de l'inertie passe constamment par *une position médiane*, qui coïncide précisément avec la normale aux deux trajectoires M et M_1. Or, cette position médiane caractérise un état d'équilibre dynamique *stable*, qui ne peut être *qu'instantané* pour le mobile, par suite du *tangage continuel* que celui-ci éprouve pendant sa translation. Elle n'en corrobore pas moins la nécessité — pour cet équilibre même — que les déviations angulaires du bras OG de l'inertie *soient d'amplitudes égales*, par rapport à cette médiane permanente, et pour que ce bras OG tende constamment à revenir dans sa fulgurante position de stabilité, qui est celle de la *normale aux deux trajectoires* M et M_1.

c) **Force élévatrice, composante verticale de la force mouvante.** — Pour ce qui a trait à la force élévatrice Mf (fig. 16) — égale au poids Mp du mobile et composante verticale de la force mouvante MF — *son travail* doit logiquement accuser une même progression décroissante, que celui de son antagoniste Mp que nous venons de déterminer. D'ailleurs, ce travail est fonction de la hauteur Oy (mesurée verticalement) — ou mieux de l'ordonnée $O'x$ équivalente — à laquelle le mobile s'élève sur sa trajectoire OO′, en vertu de la vitesse $v = v_0 \sin \alpha$ (**29** *b*).

En M′M″, sont indiquées deux positions intermédiaires du mobile, qui permettront — comme nous l'avons fait pour la figure 11 — de suivre les variations de l'angle β sur cette trajectoire OO′.

Le *travail élévateur* de la composante verticale f résulte

évidemment de l'impulsion de la force F — impulsion qui est produite en O à l'origine du mouvement de vitesse initiale

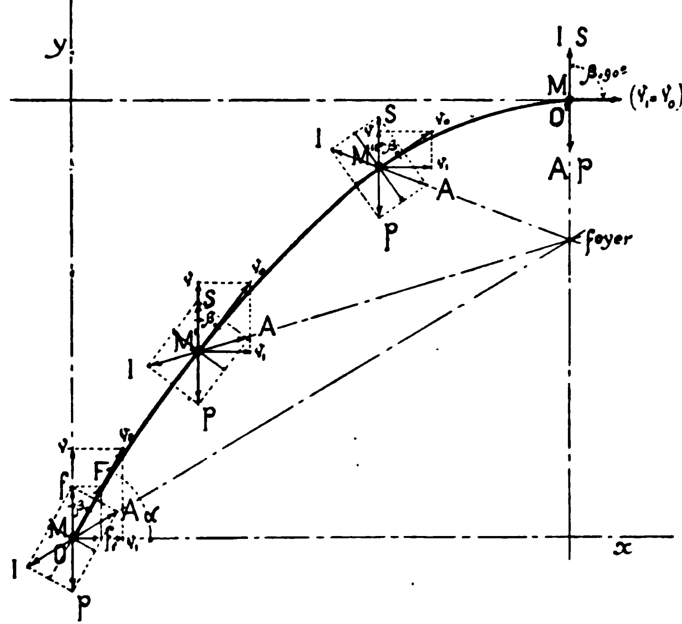


Fig. 16

v_0 —; il est, par suite, *maximum en ce point et égal à* Oy ; mais ce travail *diminue* aussi d'une manière progressive et *s'annule* au sommet O′ de cette première branche de parabole, où la force F a *notoirement cessé d'agir*, et où le mobile M ne parvient qu'en vertu de sa vitesse initiale v_0. A ce moment, et en ce point O′, la projection verticale v de la vitesse initiale v_0 est *éteinte*, et cette vitesse initiale v_0 se résume alors à sa propre projection horizontale v_1.

D'ailleurs, si nous reproduisons schématiquement (fig. 16[bis]), la force f et le chemin parcouru OO′ par son point d'application M, nous voyons aussitôt que l'angle β du mouvement est aigu, ce qui nous indique sûrement *un travail positif moteur* ; dans ces conditions, on sait que le travail : $\mathcal{T} = fe \cos \beta$ décroît à mesure que l'angle β augmente, et qu'il devient nul quand $\beta = 90$ degrés.

Dès lors, il devient intéressant de se demander comment la force p, ou le poids du mobile, *peut bien se trouver équilibrée lorsque son antagoniste f a cessé d'agir*, et que le mobile est uniquement animé d'une vitesse initiale.

Reportons-nous à la figure 16, nous voyons en O — à l'origine même du mouvement — le parallélogramme moteur

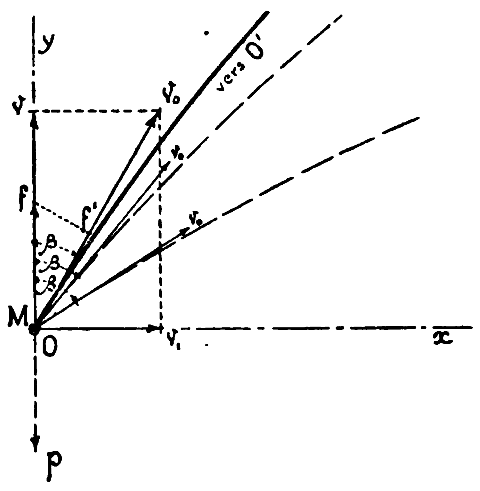


Fig. 16bis

déterminé par ses deux composantes f et f_1, dont la résultante F constitue l'un des facteurs de l'impulsion tangentielle à la trajectoire du mouvement.

Dès que le mouvement commence — avec l'impulsion donnée — les *réactions du milieu ambiant* se manifestent simultanément : soit sous la forme de *détente* antagoniste des premiers battements d'ailes compresseurs, soit sous la forme de *résistance* au propre glissement du mobile. C'est alors que les forces : tangentielle et centrifuge entrent aussitôt en action ; car, rappelons-le, il s'agit, en l'espèce, d'un mouvement curviligne qui les fait nécessairement apparaître.

Afin de pouvoir mieux suivre le raisonnement, reproduisons à nouveau les données générales du mouvement, à son origine O (fig. 17), c'est-à-dire : le mobile M, le parallélo-

gramme moteur 2, celui des vitesses 6, la trajectoire MN, etc.

L'impulsion communiquée au mobile, suivant la tangente à la trajectoire de son mouvement, est due — s'il s'agit notamment d'un volatile — *à l'élan des pattes conjugué avec les battements rapides de l'essor.* Cette impulsion engendre alors : simultanément avec la vitesse initiale v_0 du mobile, la

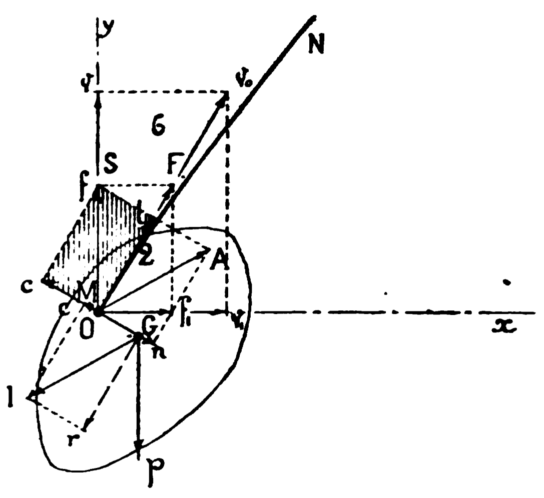


Fig 17

force tangentielle *t*. Or, dès l'instant qu'il y a mouvement, cette force accélératrice, ou plutôt cette accélération *t*, a immédiatement pour antagoniste la force d'inertie tangentielle, ou plus exactement l'inertie tangentielle *r*, — appliquée en G — que l'on considère même comme l'une des composantes de l'inertie I propre du mobile.

Ceci établi, il est fort présumable que cette inertie *r* est aussi quelque peu fonction des *frottements tangentiels* dùs à son propre écoulement, que l'air exerce *le long de la face inférieure de la surface alaire, de même que contre toute la surface du mobile en mouvement.* En admettant cette hypothèse, il résulterait donc : que l'accélération tangentielle *t*, deviendrait nécessairement l'*antagoniste solidaire de ces frottements* ; d'ailleurs, celle-là, tout comme ceux-ci, prennent naissance avec le mouvement lui-même.

Simultanément à ces effets, le fluide comprimé — sous le passage du mobile — exerce encore une *réaction normale*, contre la surface alaire que nous savons être tangente à la courbe parabolique du mouvement. Or cette réaction — qu'on appelle aussi la *réaction de la courbe* — engendre elle-même la force centrifuge *c*, qui est également considérée comme l'autre composante de l'inertie du mobile.

En définitive, il est bien évident que ces « forces » : tangentielle et centrifuge, constituent *un parallélogramme actif*, dont les composantes sont *variables*, mais dont la résultante MS demeure *constante, verticale* et *égale au poids* du mobile ; cette résultante *effective* équilibre ainsi la force *passive* verticale *p* (due à la pesanteur), *et supplée — dans l'intervalle de deux battements d'ailes — la force élévatrice f qui a cessé d'agir.*

Ainsi se trouve déterminée cette très importante particularité dynamique qui est due aux réactions du milieu ambiant, et qui marque par là un fait capital dans le problème du vol.

Notons enfin — pour mémoire — que la résultante MS et l'accélération totale MA sont semblables comme étant déterminées par une composante commune M*t*, et par deux composantes égales et antagonistes M*c* et M*n*.

Avant de clore ce sous-paragraphe *c*, remarquons encore : que l'équilibre dynamique de notre mobile sur sa trajectoire curviligne aérienne, présente une certaine analogie avec l'équilibre d'un corps quelconque, glissant *sur un plan incliné* à pente rectiligne rigide.

Il est notoire en effet, et cela se vérifie *dans les deux cas*, que l'*effort nécessaire pour faire monter le corps, ou pour élever le mobile, diminue à mesure que la longueur du plan incliné augmente ou que sa pente diminue*, la hauteur restant constante ; toutefois, il importe d'observer très attentivement *que le travail à fournir reste toujours le même*, c'est-à-dire qu'il est fonction de la hauteur de ce plan incliné.

D'après ce fait — qui découle directement de la théorie du

plan incliné — on déduirait encore très facilement comment, dans le cas particulier du vol, s'établit bien simplement la *répartition de ce travail* entre :

L'effort élévateur (initial) Mf, et

La résultante MS (des réactions du milieu ambiant), due aux forces tangentielle et centrifuge.

Dans le cas du vol qui nous occupe, *cette hauteur du plan est la même*, pour tous les plans inclinés successifs — à pentes curvilignes variables — qui constituent la trajectoire générale du mouvement ; c'est donc la quantité *sensiblement constante* dont le mobile doit s'élever entre un battement d'ailes et le suivant. La hauteur de ces divers plans inclinés est nécessairement constante, car elle est fonction de l'accélération due à la pesanteur, entre deux reprises de battement des ailes (**28**) ; et ces reprises s'exercent, selon nous, avec une périodicité régulière et automatique, susceptible toutefois de s'accroître ou de se ralentir.

D'après toutes ces constatations et déductions, on voit donc bien : que le déplacement aérien d'un mobile autonome, ou vol, doit s'effectuer par une suite de glissements de ce mobile sur des plans inclinés étagés à *pentes curvilignes fluides*, sans doute, mais *comprimées, solidifiées* pour ainsi dire au passage, par le mobile lui-même ! Enfin l'on remarquera que les pentes de ces plans inclinés s'allongeront, au fur et à mesure que s'accroîtra la puissance vive du mobile.

d) **Force directrice, composante horizontale de la force mouvante.** — Le *travail* de la force directrice Mf_1 (fig. 18), composante horizontale de la force mouvante F, est évidemment $f_1 \times Ox$; c'est-à-dire qu'il est mesuré : par le produit de la projection horizontale de la force F, ou l'intensité de f_1 par le chemin parcouru Ox qui représente la projection horizontale de la trajectoire OO′ du mouvement réel, figures 8, 11, 16. Ce chemin Ox — égal à la demi amplitude du jet parabolique — est celui que parcourrait d'un mouvement uniforme de vitesse v_1 — puisque la force f_1 a cessé d'agir — un mobile

fictif m, qui serait la projection du mobile M sur l'axe Ox.

Nous avons dit (23), que le mobile autonome aérien devait pouvoir disposer de deux forces mouvantes principales : l'une élévatrice verticale f, l'autre directrice horizontale f_1 ; ces deux

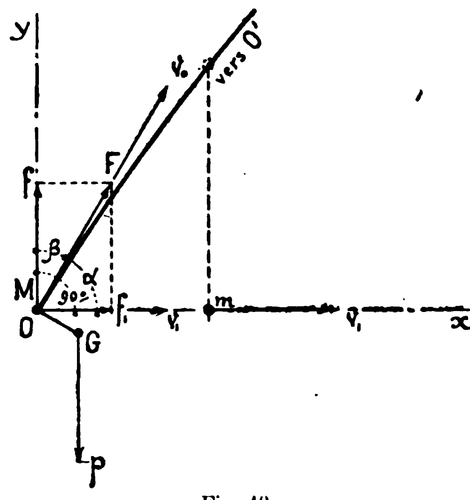


Fig. 18

forces, reproduisant, par leur composition en parallélogramme, la résultante impulsive F, qui agit alors tangentiellement à la trajectoire parabolique qu'elle détermine.

Nous ajouterons qu'il faut, en outre, que ces deux composantes ff_1 soient *solidarisées* pendant le vol ; c'est-à-dire que lorsque l'une, représentée par la *grandeur de son travail*, est maximum, sa complémentaire, dans les mêmes conditions, doit être minimum et réciproquement ; de façon que leur résultante commune F demeure constante et que l'on ait toujours.

$$F^2 = f^2 + f_1^2$$

et

$$\frac{f}{\cos \beta \, (\sin \alpha)} = \frac{f_1}{\sin \beta \, (\cos \alpha)} = F.$$

Dans ces conditions, il est évident que l'angle formé par les directions des deux composantes étant de 90 degrés, l'une quel-

conque de ces forces fait, avec la résultante commune, un angle complémentaire de celui de l'autre force avec cette même résultante. Dès lors, par les relations qui lient les lignes trigonométriques, nous savons que trois de ces lignes étant complémentaires des trois autres, si

$$\mathcal{T} = fe \cos \beta \ (\sin \alpha)$$

donne le travail de la force élévatrice f,

$$\mathcal{T}' = f_1 \, e \cos \alpha \ (\sin \beta)$$

exprimera le travail de la force directrice f_1 ; enfin le travail de la résultante F, sera toujours égal à la somme algébrique des travaux de ses deux composantes.

Reportons-nous maintenant à la figure 8 — qui nous représente la courbe générale du mouvement à son commencement — nous y remarquerons :

1° Que la force directrice f_1, et par suite son travail, sont susceptibles *d'un minimum de nullité* en O, à l'origine même du moüvement. En effet, si l'on suppose qu'en ce point O, la force mouvante F agisse verticalement de bas en haut, sa projection horizontale se réduit à son seul point d'application M, et l'angle $\alpha = 90$ degrés ; dès lors la force f_1 n'existant pas, ne peut évidemment fournir aucun travail.

2° Que l'intensité de la force f_1, de même que son travail, *augmentent progressivement* à mesure que la force mouvante F s'infléchit sur l'horizontale, et que l'angle α diminue, c'est-à-dire à chacune des reprises O', O'', O''',.... des battements d'ailes ; en ces points, les projections horizontales de la force mouvante F, sont en effet croissantes.

3° Que la force f_1, ainsi que son travail, sont susceptibles *d'un maximum*, au point culminant « final » de la trajectoire générale du mouvement ; c'est-à-dire lorsque la force élévatrice f peut être considérée comme nulle, et que le mobile se trouve à peu près complètement soutenu — du fait de sa masse et de sa vitesse — par l'air comprimé sous son passage rapide.

En ce point culminant « extrême », la force mouvante tangentielle F se confond sensiblement avec sa projection horizontale f_1 et lui assure ainsi un maximum d'intensité dans la direction horizontale ; l'angle α est alors minimum et se rapproche de 0 degré.

e) **Force mouvante tangentielle.** — Le *travail* de la force mouvante tangentielle F, résultante de f et de f_1. — étant égal à la somme algébrique des travaux de ses deux composantes — sera conséquemment mesuré par le produit $F \times OO'$ de son intensité MF par l'arc de trajectoire OO′ (fig. 8, 11, 16), qui représente le chemin parcouru par son point d'application M, élevé de O en O′ avec la vitesse v_0.

Ce chemin parcouru est ainsi la courbe même du mouvement parabolique qui est effectué par le mobile ; or ce mouvement est déterminé, comme l'on sait, par la force constante ou poids du mobile, agissant en sens différent de la vitesse initiale v_0 de ce mobile.

La force mouvante tangentielle (**23**), est — *à l'essor* — nécessairement supérieure à celle de sa projection verticale f — alors égale au poids même du mobile (**28**) — car elle doit évidemment satisfaire à la composition du parallélogramme dont elle est la résultante. Elle s'assure par cela même une projection horizontale f_1 qui est conséquente de ce parallélogramme, comme elle est indispensable au mouvement considéré ; quant à son intensité MF, elle est alors égale à $\frac{f}{\cos \beta (\sin \alpha)}$; c'est l'effort qui fournit l'impulsion à l'origine O du mouvement.

Cet effort — *dans le cours du vol* — se réduit *à égalité* avec le poids même du mobile, et il demeure ainsi ***à peu près constant***, pour chaque battement d'ailes que l'oiseau fournit dans son vol, et que le mobile autonome volant devra de même développer alternativement.

Nous terminerons là ce paragraphe sur le travail, mais nous aurons lieu d'y revenir dans le second fascicule, lorsque nous indiquerons notamment un moyen simple et pratique de

résumer — par une représentation graphique — les travaux respectifs des quatre forces que nous venons d'étudier.

Pour l'instant, nous rappellerons seulement que le travail d'une force dont le point d'application se meut suivant une ligne courbe, peut toujours se ramener à la mesure d'une aire, et à une simple quadrature planimétrée ou calculée mathématiquement.

30. Déductions complémentaires. — Revenons, pour un instant, aux deux forces verticales : constante p et élévatrice f, dont nous avons établi *la cessation simultanée des travaux* à l'instant précis où toutes deux sont normales au chemin parcouru, devenu momentanément horizontal, et précisons mieux cette rationnelle autant qu'invraisemblable particularité.

Il est bien évident que, pour la force élévatrice et intermittente f, dont le travail décroît simultanément avec celui de la force constante p, l'on peut expliquer très facilement cette cessation de travail *par la cessation même de son action* ; mais pour la force verticale constante p, due au poids du mobile ou mieux à la pesanteur, une telle explication serait absolument inadmissible.

En effet, comme son nom l'indique d'ailleurs, cette force *subsiste indubitablement*, elle représente même — notamment au moment de la cessation de son travail — l'énergie de position acquise et emmagasinée par le mobile élevé à la hauteur considérée ; *mais son action*, alors que cette force devient normale aux chemins successivement parcourus, *se trouve annihilée* par une transformation dynamique, dont nous déterminerons ci-après le mode de réaction précédemment entrevu.

31. Forces : centripète et centrifuge, antagonistes. — Examinons maintenant en quoi consiste la transformation dynamique qui vient d'être relatée, en vertu de laquelle doit s'effectuer l'annihilation de l'action de la pesanteur. C'est-à-dire

l'*arrêt momentané* du phénomène attractif qui sollicite *sans cesse* notre mobile vers le centre de la terre, avec une intensité g, qui, multipliée par la masse m du mobile, donne la mesure de la force verticale constante p qui lui est appliquée, ou son poids.

Nous avons vu (**28**) qu'indépendamment des efforts dont nous venons d'étudier les effets et les travaux, le mobile était encore soumis à l'action d'autres forces, notamment des forces centripète et centrifuge ; ces deux forces antagonistes — normales à la courbe — sont celles qui font que le mobile suit une trajectoire curviligne, elles ont toutes deux la même expression

$$\frac{mv^2}{r},$$

qui indique leur état d'équilibre.

Dans un mouvement curviligne de la nature de celui qui nous occupe, la *force normale centripète est inhérente au mobile ;* elle constitue même — comme nous le verrons par la suite — l'une des composantes, avec la force d'inertie tangentielle, *du poids* de ce mobile qui est dû comme l'on sait à la pesanteur. Cette force — de même que la force verticale constante — est donc appliquée au centre de gravité du mobile, et elle est dirigée vers le centre de courbure de sa trajectoire ; c'est elle, enfin, qui maintient le mobile sur cette trajectoire.

La *force antagoniste normale centrifuge*, qui — en vertu du principe de l'action et de la réaction — est opposée à la précédente, doit donc vraisemblablement être fournie *par la réaction même du fluide*, puisque c'est dans l'air que le mouvement a lieu librement.

A l'appui de cette probabilité, citons un exemple : La fronde — aussi vieille que le monde — qui nous montrera parfaitement la distinction et l'antagonisme de ces deux forces.

En effet, on sait qu'à la pierre — maintenue par une lanière pendant sa révolution *circulaire* — est appliquée la force centripète, dirigée vers la main qui représente le centre du

mouvement ; et qu'à la lanière, est appliquée la force centrifuge antagoniste, dirigée, par traction sur la main, hors du centre de ce mouvement.

Mais quand la lanière est lâchée par cette main, et la pierre projetée — suivant un mouvement *parabolique d'excentricité infinie* — on peut et l'on doit même se demander : *par quoi* est remplacée la force centrifuge (toujours obligatoire) qui, antérieurement, se trouvait appliquée à la lanière absente à ce moment ?

Ce ne peut être évidemment que par l'*air ambiant*, car il est bien certain que la force centripète — composante normale dans ce genre de mouvement de la force verticale constante due à la pesanteur — n'ayant point disparu, et subsistant toujours *normale à la courbe* suivie par la pierre, il faut nécessairement que cette action soit contrebalancée par une force contraire et centrifuge. *Cette force centrifuge existe en effet, et elle se trouve incontestablement dans la réaction élastique de l'air.*

Ces deux actions : centripète et centrifuge, dès lors parfaitement caractérisées, constituent pour le mobile *un état réel d'équilibre dynamique permanent* qui s'établit dans le plan contenant ces forces, et passant par leur direction commune, de sens contraire et perpendiculaire à la trajectoire de translation du mobile. Cet état d'équilibre permanent, *se manifeste* alors dès que le mobile entre en mouvement avec une certaine vitesse initiale ; il est ainsi *assuré* dans le cours de son mouvement « uniformément retardé » ascendant, et *subsiste* encore, mais pour une durée tout instantanée, lorsque le mobile est arrivé *au sommet* de la trajectoire considérée.

A ce moment même, le mobile autonome n'étant plus soumis qu'à un mouvement uniforme de vitesse horizontale v_1, (accrue ou non d'une certaine puissance vive), et à la force constante de son poids, devra ou céder à la pesanteur, ou se réélever de nouveau.

Or nous avons vu (**29** *b*, **29** *c*), *qu'en ce point critique*, les forces verticales : constante et élévatrice, *sont devenues nor-*

males au chemin parcouru et que *leurs travaux y sont temporairement nuls*; de leur côté, les forces : centripète et centrifuge sont *demeurées normales* à ce même chemin parcouru, et se trouvent, *à ce moment précis*, simultanément juxtaposées dans l'axe même des précédentes.

Une transformation quelconque s'est donc opérée entre ces quatre forces, à l'instant même où le rayon de courbure de la trajectoire est devenu égal à l'∞ ?

Ce fait est absolument certain, les forces secondaires : centripète et centrifuge ont pris le lieu et place des principales : constante et élévatrice; la force centripète subsiste toujours, mais son intensité — maximum et égale au poids du mobile alors que le rayon de son action devient égal à l'∞ — se substitue intégralement à la force verticale constante qui représente le poids de ce mobile. Or nous verrons plus loin, qu'elle est encore la relation qui lie ces deux forces.

Dans ces conditions, la force normale centripète $\frac{mv^2}{r}$, deviendrait donc égale à la force constante mg due à la pesanteur. Une telle hypothèse n'a rien qui puisse nous surprendre, puisque nous savons : que l'attraction terrestre n'est qu'un cas particulier de l'attraction universelle, et que la *force constante* mg, *est aussi la force centripète qui agit à la surface de la terre comme poids absolu des corps qui s'y trouvent situés.*

D'après cette remarquable particularité, il résulte d'abord : que notre mobile, possédant alors *son maximum de puissance vive*, — car jusqu'au point culminant « final » de la trajectoire qui y correspondrait, la substitution sus-indiquée n'a lieu que d'une manière très temporaire en O′, O″, O‴..... figure 8 —, volerait à ce moment avec une vitesse de translation uniforme, sensiblement rectiligne et horizontale.

Mais dans ces conditions, ce mobile se trouve aussi sous l'influence *de la force unifiée centripète-constante*, qui l'oblige, en vertu de sa constance même, à parcourir non pas une trajectoire *purement rectiligne*, mais bien à décrire autour du centre attractif *un cercle* de rayon, que nous considérons comme infini, et qui, en réalité, est celui du globe terrestre.

Alors, si nous admettons que ce mobile soit animé d'une telle vitesse uniforme, ou mieux *d'une vitesse angulaire constante*, il pourra parcourir indéfiniment *cette courbe infinie*, d'un mouvement absolument circulaire et uniforme ? En effet, il se trouverait, dans ces conditions, sans cesse sollicité vers son centre de rotation, par ladite force constante-centripète (force centrale).

C'est certainement ainsi que le mouvement s'effectue dans l'espace, pour le mobile, animé ou autonome, qui a atteint *sa vitesse de régime uniforme*. Ce mobile se meut alors isolément et librement dans le milieu ambiant, dans des conditions analogues à celles qu'il aurait s'il se trouvait tout-à-coup relié, par une attache rigide, à ce centre de rotation, autour duquel il se déplacerait toujours avec la même vitesse angulaire.

Dès lors, on peut considérer ce mobile comme un point matériel *pesant*, par exemple : *un point de la masse d'un volant idéal*, qui se mouvrait au travers de l'atmosphère — dont la masse gazeuse est infinie, de même que l'accélération ou force expansive de ses molécules — sous l'action de sa puissance vive tangentielle, et équilibré normalement à la circonférence-trajectoire par les deux actions : centripète et centrifuge qui le suivent sans cesse.

L'action centripète due, ainsi que nous venons de le voir, à l'attraction terrestre, constitue en définitive la *pression normale* que le mobile en mouvement exerce non plus — comme lorsqu'il était à l'état de repos — *sur la masse inerte du sol*, mais bien *sur un fluide gazeux extrêmement mobile, compressible et élastique*.

Dans ces conditions, la *réaction centrifuge normale* du fluide atmosphérique ne se manifeste véritablement et ne peut avoir d'effet, que si d'autres conditions spéciales, dues particulièrement à la vitesse du mobile, interviennent.

En effet, cette vitesse acquise permet au mobile d'anéantir instantanément, sous le passage rapide de *sa masse*, les mouvements continuels d'expansion moléculaire dont le fluide aérien est le siège ; de telle sorte, qu'il provoque de la part du

fluide une *tension* — par *compression* tranchante et subite — dont la *réaction élastique* fait précisément équilibre au poids de ce mobile.

Nous nous en tiendrons, quant à présent, à cette explication succincte de la transformation précitée, et nous considérerons, d'ores et déjà, *cette évolution dynamique* non pas seulement comme l'un des secrets du vol, mais bien comme l'*un des facteurs nécessaire*, indispensable même, à ce mode de locomotion.

Nous aurons lieu de revenir sur ce point dans la seconde partie de notre travail, lorsque nous traiterons notamment de l'équilibre des volatiles, dans les cas particuliers du vol plané et du vol à voile.

32. Forces : tangentielle et d'inertie tangentielle. — Il nous reste à examiner finalement ce que sont devenues — parmi tous ces effets divers — les dernières actions qui sont indiquées dans le groupement général (**28**) ; c'est-à-dire les deux forces ci-dessus désignées, ou plutôt, pour parler plus rationnellement, l'*accélération tangentielle et l'inertie tangentielle*, inhérentes toutes deux au mobile en état de mouvement curviligne.

Nous avons vu (**26**) que lorsque l'accélération tangentielle est nulle, l'accélération totale se réduit à l'accélération normale, c'est-à-dire que si la vitesse est constante, l'accélération totale (normale) varie alors en raison inverse du rayon de courbure. Nous venons de voir également (**31**), que notre mobile, parvenant *aux sommets* de ses trajectoires successives, se trouve alors sous l'action de la force constante-centripète, dirigée au centre d'attraction, qui lui communique, *en ces points*, une accélération normale constante.

Or, ces deux conditions caractérisent, comme l'on sait, *le mouvement circulaire uniforme ;* elles corroborent donc ce que nous en avons déjà dit (**31**) ; mais de plus, elles permettent de considérer ledit mouvement circulaire comme étant *la suite logique du mouvement « uniformément retardé » antérieur.*

Nous ajouterons à cela — et on le comprendra mieux par la suite — que c'est bien là en effet *le but extrême, le mouvement final,* auquel tendent tous les volatiles, en pratiquant *le plein vol.*

Si nous nous reportons maintenant aux figures 8, 11, 16, et que nous les réexaminions attentivement, nous y verrons clairement que l'accélération tangentielle, de même que l'inertie tangentielle, *s'annulent à tous les sommets* O′, O″, O‴..... des demi-paraboles successivement parcourues par le mobile. Or nous savons de plus : que ce mobile ne parvient *en ces points,* qu'en vertu de la vitesse initiale v_0 qu'il possédait antérieurement, et que cette vitesse initiale *s'y éteint,* précisément en même temps que *s'y annule* aussi sa composante verticale v.

Il s'ensuit donc : que le mobile ne se trouve plus animé, alors, que par la composante horizontale v_1 de sa vitesse initiale, qui — si la pesanteur n'existait pas — lui communiquerait, en chacun des sommets précités, *un mouvement rectiligne et uniforme, affranchi dès lors de toutes forces et accélérations.*

Mais, comme nous l'avons déjà vu (**31**), *l'action* de cette pesanteur, *dont la cessation n'a qu'une durée fulgurante,* ne laisse au mobile animé ou autonome qu'un répit fort court, pour prendre l'alternative : soit de lui céder, soit de se réélever de nouveau, avec une nouvelle vitesse initiale, augmentée de l'accroissement algébrique de puissance vive au moment considéré, qui fait réapparaître aussitôt, toutes les actions et les réactions que nous venons successivement d'étudier.

33. Considérations générales. — Au cours de ce premier fascicule, nous avons vu, notamment, par quels moyens l'équilibre dynamique du mobile se trouvait assuré dans le plan perpendiculaire à la trajectoire, *successivement modifiée,* de son mouvement de translation.

Nous ajouterons maintenant, à dire complémentaire, que ledit mobile doit nécessairement offrir, dans le plan même de sa translation (tangentiel à la trajectoire), *le minimum de*

résistance à l'action mouvante de sa puissance vive ; mais par contre, ce même mobile doit présenter normalement — c'est-à-dire dans le plan perpendiculaire à cette translation — *le maximum de contact* avec un fluide doué, comme nous savons, d'une extrême mobilité.

Sans ces conditions absolument *essentielles*, le vol ramé, tout d'abord, serait sinon impossible, du moins notablement privé de son inhérente vélocité ; et l'on peut même en inférer, que *ces conditions seules* permettent aux volatiles — qui ont acquis pour cela une puissance vive suffisante — de pratiquer, ensuite, le vol plané ou glissement, en étendant largement et rigidement toute leur surface portante.

Le passage rapide, dans l'air, d'un mobile ainsi soutenu par une surface, par *un plan tranchant* et aussi tangent à la trajectoire qu'il parcourt, s'effectue, comme nous l'avons dit, tout autrement que par un simple glissement sur le fluide ; d'ailleurs un tel glissement serait incompatible avec le *brouttement réel* (**29** *b*), que cette surface éprouve par le fait de la résistance même du milieu. C'est pourquoi, nous concevons beaucoup mieux le mode de *balancement alternatif*, plus ou moins accéléré, que nous avons développé au cours de ce même paragraphe.

Or ce balancement — *progressivement précipité* dans l'intervalle des battements alaires — du mobile et de sa surface portante, si différent *d'un banal glissement*, motive aussi de la part de l'air un mouvement *tout spécial*, que nous préconiserons également. C'est celui *du roulement des molécules gazeuses* — constitutives de ce fluide — sur elles-mêmes, et sensiblement sur place ! Nul n'ignore en effet, que l'air, comme tous les fluides gazeux, se meut ou se déplace par *tourbillonnement* ; et l'on conçoit même assez facilement, qu'il n'en peut être autrement par suite de la nature très particulière de cet élément.

La connaissance seule de ce fait nous suffira pour reconnaître qu'en vérité : le fluide atmosphérique ne saurait être *partagé*, *divisé* ou *sectionné*, comme s'il s'agissait *d'une autre matière*

plus consistante, d'une mollette de beurre par exemple ; et pour comprendre comment — aussitôt après le passage du mobile perturbateur de sa masse — cet élément reprend *spontanément* son état antérieur. D'ailleurs, comme l'on sait, rien ne subsiste de ce passage, pas même *la trace* de la ligne-trajectoire, suivant laquelle s'était opérée cette *vaporeuse division du fluide.*

Une autre raison, *capitale*, qui milite encore en faveur de la probabilité du roulement des molécules gazeuses, c'est l'*énorme frottement* qui résulterait sur toute la surface du mobile si celui-ci était astreint *à glisser réellement* dans ce milieu aérien non dépourvu d'une certaine viscosité. Ce frottement provoquerait tout d'abord *une résistance* considérable au propre mouvement du mobile, avec *entraînement* superflu de fluide ; et *ces effets réunis* diminueraient ensuite très notablement *la vélocité*, cette qualité si nécessaire, indispensable même au mobile.

Toutes ces considérations nous conduiront donc à admettre cette dernière hypothèse comme vraie, et à dire finalement :

1° Que la translation rapide du mobile s'effectue au travers des molécules gazeuses *subitement divisées* du fluide atmosphérique, en même temps qu'elles sont *instantanément comprimées*, par la surface tranchante et pressante de ce mobile ;

2° Que ces molécules gazeuses comprimées réagissent alors — sous cette surface — *avec des tensions inversement proportionnelles à leurs volumes, tandis qu'elles se trouvent animées les unes sur les autres de vitesses de rotations inverses et décroissantes.*

Dans la seconde partie de ce travail, nous aurons aussi, entre autres développements, à nous étendre tout particulièrement sur *le mode de propulsion des volatiles.* Nous le ferons alors, d'après l'étude spéciale que nous avons antérieurement établie et déposée à l'Académie des Sciences.

Il est notoire, en effet, *que cet autre point capital du vol* — sur lequel il a été beaucoup discouru et écrit à peu près inutilement — est demeuré jusqu'ici *totalement inconnu et*

inexpliqué ! Or son importance est telle, que nous n'hésitons nullement à dire : *que la solution complète du problème aérien est littéralement subordonnée tant à sa compréhension intégrale, qu'à sa reproduction parfaite.*

Par la suite, nous détaillerons donc *cette merveille de simplicité mécanique*, et nous en donnerons aussi l'explication théorique ; sans désespérer tout à fait — si nous y étions aidé — de pouvoir effectuer, entre temps, sa démonstration pratique absolument confirmative et concluante.

« A ce sujet, nous savons hélas pertinemment que — moins favorisés en cela que les auteurs cultivant plus particulièrement les Lettres et les prédilections de l'esprit — nous sommes encore tenus, nous techniciens, de *matérialiser* nos pensées théoriques, car ce n'est qu'avec une sévère circonspection qu'elles sont le plus souvent accueillies.

Nos dires en effet — même empreints de vérité manifeste et de précision absolue, mathématique — n'auront quelque poids, qu'autant qu'ils seront consacrés par l'expérience ; c'est-à-dire quand nous aurons véritablement *animé* nos conceptions, et réalisé ainsi ce que nous promettons par nos propres écrits. »

Finalement, le « vol à voile » que nous dénommerons d'ores et déjà — avec plus d'exactitude croyons-nous — *vol centrifuge*, sera prochainement traité et démontré de manière à satisfaire même les plus pessimistes.

DANS L'ESPACE AÉRIEN

CHAPITRE III

—

DYNAMIQUE APPAREMMENT PARADOXALE

Proposition sur la décomposition rationnelle, dans le mouvement parabolique, de la force verticale constante ou poids du mobile, en ses composantes absolues : tangentielles et normales à la trajectoire. — Curieuse évolution du mouvement parabolique, signes de ce mouvement. — Des vols : *ramé, plané, centrifuge* (à voile).

34. Proposition sur la décomposition de la force verticale constante. — Nous terminerons ce premier fascicule, en émettant seulement cette proposition que nous ne croyons pas avoir jamais été *énoncée ouvertement*, ni traitée, tout au moins, avec toute l'ampleur que nous lui réservons. Sa démonstration — qui pourrait déjà se déduire des éléments contenus dans le présent fascicule — commencera donc notre seconde partie.

En attendant cette publication, nous énoncerons et libellerons ainsi la dite proposition :

« Dans le mouvement de translation curviligne parabolique,
« — uniformément (ou ponctuellement) varié, — suivi dans l'air
« par un mobile-animé ou par un mobile-autonome et même
« par un mobile-projectile quelconque, la force verticale cons-
« tante ou poids de ce mobile est, à chaque instant, la résul-
« tante de ses deux composantes absolues qui sont, dans les
« deux cas généraux ci-après :

1° Cas du mouvement *élévateur-ascendant* d'un *mobile-projectile*, d'un *mobile-animé* ou d'un *mobile-autonome* :

« La force d'inertie tangentielle (négative)
« Et la force normale centripète ;

2° Cas du mouvement *descendant*, qui se subdivise en :

a) Mouvement descendant d'un *mobile-projectile quelconque* :

« La force tangentielle (positive)
« Et la force normale *centripète ;*

b) Mouvement descendant d'un *mobile-animé* ou d'un *mobile-autonome*, pourvus chacun d'une *surface portante* :

« La force tangentielle (positive)
« Et la force normale *centrifuge.* »

Ces composantes, de la force verticale constante, constituent, en réalité, les réactions que le mobile oppose à son mouvement *ascendant*, en vertu de sa masse et dans les directions mêmes des dites composantes ; ces forces, *réactives*, se changent en forces *actives*, quand le mouvement devient *descendant.*

Lorsque le mouvement de translation, du mobile-animé ou du mobile-autonome, est devenu uniforme et sensiblement rectiligne (plein vol), les composantes antérieures du poids disparaissent, et leur résultante, toujours verticale et constante, reste normale au chemin parcouru, que l'on peut admettre alors comme étant *horizontal.*

TABLE DES MATIÈRES

L'ACCESSIBILITÉ DU DOMAINE ATMOSPHÉRIQUE

CHAPITRE PREMIER

RAPPELS SOMMAIRES DE MÉCANIQUE

DU MOUVEMENT DANS L'ATMOSPHÈRE

CHAPITRE II

DYNAMIQUE, DANS L'AIR, D'UN MOBILE-PROJECTILE QUELCONQUE, D'UN MOBILE-ANIMÉ, ET D'UN MOBILE—AUTONOME

SOMMAIRE DU DEUXIÈME FASCICULE

DANS L'ESPACE AÉRIEN

CHAPITRE III

Dynamique apparemment paradoxale

SAINT-AMAND (CHER). — IMPRIMERIE BUSSIÈRE.

CP




LIBRARY OF CONGRESS
0 013 528 236 4